

# 令和元年度 共同利用研究報告書

令和2年3月1日

九州大学 マス・フォア・インダストリ研究所長 殿

所属・職名 株式会社富士通研究所 研究員

提案者 氏名 濱田 直希

下記の通り共同研究の報告をいたします。 記

		整理番号(※記入不要)	20190009	
1.研究計画題目	実践と数理に根ざした多目的最適化ベンチマークの開発			
2.種目(○で囲む)	a. プロジェクト研究 b. 若手研究 <input checked="" type="radio"/> c. 一般研究			
3.種別(○で囲む)	a. 研究集会 I b. 研究集会 II <input checked="" type="radio"/> c. 短期共同研究 d. 短期研究員			
4.研究代表者	氏名	濱田 直希		
	所属 部局名	株式会社富士通研究所 人工知能研究所		職名 研究員
	連絡先			
	e-mail		TEL	
5.研究実施期間	令和元年9月2日(月 曜日)～令和元年9月6日(金 曜日)			
6.キーワード (複数可)	多目的最適化, ベンチマーク問題, 多目的設計探査, 微分トポロジー, 構造安定性			
7.参加者数	16人 *1			

\*1 短期研究員は九大の共同研究者も含める。  
研究集会 I, II, 短期共同研究は事務局から送った参加者データを元に記入。

## 8.本研究で得られた成果の概要(成果報告書を別途要添付 枚数は次頁参照)

本共同研究では、産業現場のニーズに即し、かつ、数理的にも妥当な多目的最適化ベンチマーク問題を開発することを目的として、以下の4点を実施した。(1) 進化計算の主要な国際会議において近年報告された実問題を全数調査し、産業現場で現れる実問題の傾向をまとめた。それらの文献に記載された近似解プロットを観察したところ、多くの実問題が単体的と推測された。(2) 既存のベンチマーク問題に用いられる特徴付けを応用して、それぞれの実問題が各特徴をもつかどうかを検討した。その結果、実問題は報告形式が1つ1つ異なるために特徴の有無を判断することが困難であり、系統的な調査のためには、実問題を一定の形式で報告・蓄積しなければならないことが明らかになった。今回調査した実問題に対しては、論文著者に問題の特徴を質問することとし、アンケートを作成した。また、今後はより系統的に実問題を収集するために、国内外の最適化コンペティションを活用して実問題に関するデータを収集する計画を立てた。(3) 実問題に由来する有名なベンチマークの1つである Disc brake design (DBD) 問題の性質を理論的に解析した。その結果、DBD 問題の制約関数は冗長であり、より簡単な関数で等価な問題を表現できることがわかった。加えて、DBD 問題のパレート集合を解析的に求めた。正確なパレート集合がわかったことで、DBD 問題において最適化手法の性能を絶対評価できるようになった。(4) 会期後の継続研究の計画と、そこで開発する予定のベンチマークを定着させる方策について検討した。アンケートとコンペティションで収集したデータをもとにベンチマークを開発すること、および、開発した問題を国内外の最適化コンペティションに提供するという計画を立てた。

# 「実践と数理に根ざした多目的最適化ベンチマークの開発」 成果報告書

濱田 直希（株式会社富士通研究所）

2020年3月1日

## 概要

本稿は、2019年9月2日から9月6日にかけて開催されたIMI短期共同研究「実践と数理に根ざした多目的最適化ベンチマークの開発」の報告書である。本共同研究では、産業現場のニーズに即し、かつ、数理的にも妥当な多目的最適化ベンチマーク問題を開発することを目的として、以下の4点を実施した。(1) 進化計算の主要な国際会議において近年報告された実問題を全数調査し、産業現場で現れる実問題の傾向をまとめた。それらの文献に記載された近似解プロットを観察したところ、多くの実問題が単体的と推測された。(2) 既存のベンチマーク問題に用いられる特徴付けを応用して、それぞれの実問題が各特徴をもつかどうかを検討した。その結果、実問題は報告形式が1つ1つ異なるために特徴の有無を判断することが困難であり、系統的な調査のためには、実問題を一定の形式で報告・蓄積しなければならないことが明らかになった。今回調査した実問題に対しては、論文著者に問題の特徴を質問することとし、アンケートを作成した。また、今後はより系統的に実問題を収集するために、国内外の最適化コンペティションを活用して実問題に関するデータを収集する計画を立てた。(3) 実問題に由来する有名なベンチマークの1つである Disc brake design (DBD) 問題の性質を理論的に解析した。その結果、DBD 問題の制約関数は冗長であり、より簡単な関数で等価な問題を表現できることがわかった。加えて、DBD 問題のパレート集合を解析的に求めた。正確なパレート集合がわかったことで、DBD 問題において最適化手法の性能を絶対評価できるようになった。(4) 会期後の継続研究の計画と、そこで開発する予定のベンチマークを定着させる方策について検討した。アンケートとコンペティションで収集したデータをもとにベンチマークを開発すること、および、開発した問題を国内外の最適化コンペティションに提供するという計画を立てた。

## 1 はじめに

### 1.1 本研究の背景

自動車などの工業製品の設計では、コスト・性能・安全性といった複数の目的関数を同時に最適化する多目的最適化が求められ、多くの商用設計支援ソフトがこの機能を搭載している。先進的な多目的最適化手法はベンチマーク問題での性能評価に基づいて開発されるため、優れたベンチマーク問題を整備することが手法の性能向上、ひいては製品の性能向上に繋がる。

近年、多目的最適化手法の開発者の間で、従来のベンチマーク問題の妥当性を問い直す動きが活発化している。DTLZ [DTLZ02] や WFG [HHBW06] などのデファクトスタンダードな問題の大半は、複数の目的関数の最小点が一致するといった不自然な構造をもつことが指摘されている [MNI16]。実用上、このような人工的な問題での性能が実践的な産業問題での性能とどの程度一致するのには疑問がある。また数学的には、このような例は不安定写像であることから、微分トポロジーにおける構造安定性の概念を応用することで、最適化問題のある種の「自然さ」を特徴付けられる可能性がある。

本共同研究では、多目的最適化の手法開発、多目的最適化の産業応用、微分トポロジーのそれぞれに携わる研究者たちの協働により、実践と数理の両面から妥当性のあるベンチマーク問題集を開発する。加えて、

開発したベンチマーク問題集を多目的最適化コミュニティにおいて普及させる方策についても議論する。実問題とリンクし、数理的にも妥当性の高いベンチマーク問題集を開発・普及させることができれば、多目的最適化手法の技術革新ベースを飛躍させることができ、産業界における製品開発も革新することとなる。

## 1.2 開催プログラム

本共同研究は、2019年9月2日（月）～6日（金）の5日間開催された。プログラムを表1に示す。初

表1 プログラム

日程	形態	内容
9月2日（月）	一般公開講演	参加者（希望者のみ）が自身の研究について講演する。
9月3日（火）	ワークショップ	産業応用事例をベースに、実用上重要となる問題構造やその特徴付けについて議論する。
9月4日（水）	ワークショップ	ベンチマーク問題をベースに、それらの実用上および数理上の妥当性について議論する。
9月5日（木）	ディスカッション	これまでの議論を反映して新たなベンチマーク問題を検討する。
9月6日（金）	ディスカッション	新たなベンチマーク問題の普及のための方策や会期後の継続研究の方針を議論する。

日の9月2日は、本共同研究の一般社会への周知および2日目以降の参加者の共通認識を形成することを目的として、多目的最適化の応用に関する一般公開講演を行った\*1。2日目（9月3日）から5日目（9月6日）は非公開形式で、各日10時から18時にかけて、既存のベンチマーク問題と実問題を調査し、次世代のベンチマーク問題が備えるべき特性について議論した。最終日の9月6日は、会期後の継続研究の計画を立てた。

## 1.3 成果の概要

進化計算の主要な国際会議において近年報告された実問題を全数調査し、産業現場で現れる実問題の傾向をまとめた。それらの文献に記載された近似解プロットを観察したところ、多くの実問題が単体的と推測された。

既存のベンチマーク問題に用いられる特徴付けを応用して、それぞれの実問題が各特徴をもつかどうかを検討した。その結果、実問題は報告形式が1つ1つ異なるために特徴の有無を判断することが困難であり、系統的な調査のためには、実問題を一定の形式で報告・蓄積しなければならないことが明らかになった。今回調査した実問題に対しては、論文著者に問題の特徴を質問することとし、アンケートを作成した。また、今後はより系統的に実問題を収集するために、国内外の最適化コンペティションを活用して実問題に関するデータを収集する計画を立てた。これについては3章で報告する。

実問題に由来する有名なベンチマークの1つである Disc brake design (DBD) 問題の性質を理論的に解析した。その結果、DBD 問題の制約関数は冗長であり、より簡単な関数で等価な問題を表現できることがわかった。加えて、DBD 問題のパレート集合を解析的に求めた。正確なパレート集合がわかったことで、DBD 問題において最適化手法の性能を絶対評価できるようになった。これについては4章で報告する。

会期後の継続研究の計画と、そこで開発する予定のベンチマークを定着させる方策について検討した。アンケートとコンペティションで収集したデータをもとにベンチマークを開発すること、および、開発した問題を国内外の最適化コンペティションに提供するという計画を立てた。進化計算学会において「実世界ベンチマーク問題分科会」を設立した。これについては5章で報告する。

\*1 講演プログラムは <https://www.imi.kyushu-u.ac.jp/events/view/2584> にて公開されている。

## 2 準備

本章では、以降の章で用いる概念と表記法を定義する。集合  $X \subset \mathbb{R}^n$  上で定義された関数  $f_1, \dots, f_m : X \rightarrow \mathbb{R}$  が与えられたとき、それらを最小化する問題を多目的最適化問題といい、以下のように表す。

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f(x) := (f_1(x), \dots, f_m(x)) \\ & \text{subject to } x \in X (\subseteq \mathbb{R}^n) \end{aligned}$$

一般に、それぞれの関数の最小点は異なるため、全ての関数の最小値を与えるような点は存在しない。そこで、点  $x \in X$  を点  $x' \in X$  に動かしたとき、

- いずれの関数値も改悪することなく
- いずれかの関数値を改善することができる

ならば  $x$  よりも  $x'$  が優れていると考え、パレート順序

$$x \prec y \stackrel{\text{def}}{\iff} \forall i [f_i(x) \leq f_i(y)] \wedge \exists j [f_j(x) < f_j(y)]$$

を定義する。多目的最適化問題の目標は、パレート順序に関する最小点の集合であるパレート集合

$$X^*(f) := \{x \in X \mid \forall y \in X [y \not\prec x]\}$$

と、その像であるパレートのフロント

$$f(X^*(f)) := \{f(x) \in \mathbb{R}^m \mid x \in X^*(f)\}$$

を求めることである。

## 3 実問題の調査

ベンチマークでの評価結果は、実問題での性能を示唆することが望ましい。そのためには、実問題の傾向を知り、実問題で頻出する特徴を備えたベンチマークを設計することが重要である。そこで、実問題における多目的最適化事例を収集し、それらの性質を調べた。

### 3.1 調査対象

調査対象とする実問題は以下のようにして選んだ。まず、進化計算の主要な国際会議である Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO) の Real World Application (RWA) トラック及び Evolutionary Multiobjective Optimization (EMO) トラックに採録された論文を収集した。調査期間は、[The SIGEVO web site](#) にて 2019 年 9 月 5 日現在予稿集が公開されている、2015 年から 2019 年とした。収集した論文の中から、以下の 3 条件をすべて満たすことが確認できた論文を選んだ。

- 1 つ以上の実問題を扱っていること。
- 扱っている実問題のいずれかが、2 つ以上の目的関数をもつこと。
- パレート集合もしくはパレートのフロントの近似解がプロットされた図が記載されていること。

それぞれの年の各トラックの採録論文数と条件に該当した論文数を表 2 に示す。選ばれた論文のそれぞれに対して、次節で述べる調査項目について調べた。

### 3.2 調査項目

現状、様々な実問題を系統的にレビューするための標準的な方法は存在しない。そこで本研究では、人工問題に対して用いられる特徴付け [[HHBW06](#), [MNI16](#), [ZCAT19](#)] を参考に、実問題のための評価方法を作成した。まず、評価項目として、人工問題のための最新かつ最も包括的な特徴付け [[ZCAT19](#), Table 1] を

表 2 調査対象の論文.

年・トラック	採択論文数	該当論文数	該当率 (%)
2019 RWA	35	8	22.9
2019 EMO	19	4	21.1
2018 RWA	28	4	14.3
2018 EMO	27	3	11.1
2017 RWA	29	8	27.6
2017 EMO	15	1	6.7
2016 RWA	25	3	12.0
2016 EMO	12	2	16.7
2015 RWA	16	3	18.8
2015 EMO	24	1	4.2
Total RWA	133	26	19.5
Total EMO	97	11	11.3
Total	230	37	16.1

採用した。これは 7 の推奨項目と 10 の特徴項目から成るが、いずれの項目も数学的には曖昧さを残す記述となっており、本研究で扱う実問題のそれぞれが該当するか否かを客観的に判断することができなかった。したがって、本研究では曖昧さを取り除いた判断基準を作成し、それに基づいて実問題を評価した。これらの評価項目と判断基準を表 3 に示す。それぞれの判断基準を満たすかどうか、以下の 5 段階で評価した。

- Y: 条件を満たすことが論文に明記されている。
- y: 条件を満たすことが論文から推測できる。
- n: 条件を満たさないことが論文から推測できる。
- N: 条件を満たさないことが論文に明記されている。
- ?: 論文の記述からは判断できない。

表 3 文献 [ZCAT19, Table 1] で提案された評価項目と、それらに対する本研究での判断基準。

評価項目：推奨 (R), 特徴 (F)	判断基準
R1: 最適解が定義域境界に位置しない	少なくとも 1 つの設計変数が上下限値をとるようなパレート解がある すべての設計変数が定義域中心 $\pm 10\%$ の範囲に収まるようなパレート解がある 設計変数空間の次元がパラメータ化されている 目的関数空間の次元がパラメータ化されている 定義域の範囲に 10 倍以上の差がある設計変数のペアがある 値域の範囲に 10 倍以上の差がある目的関数のペアがある パレート解集合が与えられている
R2: 最適解が定義域中央に位置しない	
R3: 設計変数の数を増やせる	
R4: 目的関数の数を増やせる	
R5: 各設計変数の範囲が異なる	
R6: 各目的関数値の範囲が異なる	
R7: パレート解が既知	
F1: パレートフロントの幾何	凸 (V), 線形 (L), 凹 (C), それらの混合 (M), 退化 (D), 非連結 (S) 設計変数を 1 つずつ最適化した結果がパレート解にならない 定義域上の一様分布の像が値域において 10 倍以上の密度の差がある領域をもつ 複数のパレート解が同じ目的関数値をもつ 大域的パレート解でないような局所パレート解がある パレート集合が区分線形に表せない パレートフロントが $m - 1$ 次元単体と同相でない 位置変数と距離変数の間に変数間依存性はあるか 複数の目的関数の最小値を与える解が存在する R1-7, F1-9 のうち少なくとも 1 つの項目の有無をパラメータで設定できる
F2: 変数間依存性	
F3: バイアス	
F4: 多対一写像	
F5: 多峰性	
F6: パレート集合のトポロジーの難しさ	
F7: パレートフロント形状の難しさ	
F8: 位置変数と距離変数の相関 <sup>*2</sup>	
F9: 複数の目的関数の最適解が共通	
F10: 特徴を簡単に設定できる	

### 3.3 調査結果

調査対象となったそれぞれの論文から読み取ることができた実問題の性質を表 4 に示す。調査した 37 件の実問題のうち、2 目的は 24 件、3 目的は 9 件、4 目的以上は 4 件であった。# $x$ , # $f$ , # $g$  が不明であったケースのほとんどは、設計変数や目的関数、制約関数の式が与えられていなかった。[AHSMM19]

\*2 位置変数と距離変数は既存の人工問題の設計変数を分類するための用語であり、実問題の設計変数にはそのような区分は存在しない。本研究では、パレート集合の直交射影が定義域全体に広がる変数を位置変数とみなし、それ以外の変数を距離変数とみなす。位置変数が存在しない場合には、この項目は該当するものとして扱う。

はルーティング問題であり、変数や制約の数は数えられないため、?とした。[VPE+19] はツリー変数のため、変数の数は数えられないため、?とした。

### 3.4 考察

■**設計変数のプロットの必要性** R1, R2, F5, F6 の多くが?となっている。これらの判断には定義域全体の情報を要するため、通常論文に記載される情報からは判断が難しいためである。これらが判断できた数少ないケースでは、設計変数の散布図や平衡座標プロットが記載されていた。実問題の研究においては、これらの図をより積極的に記載することが望ましい。

■**多対一写像と共通最適解** これらの性質は現在ではデファクトスタンダードとなっている DTLZ ベンチマークで意図せずに現れ、WFG ベンチマークで積極的に取り入れられた。しかし、F4 と F9 の多くが  $n$  であるように、実問題ではほとんど見かけない性質である。実際、これらの性質は各目的関数の最適解が複数存在するという病的な状況を示唆しており、実問題で現れるとは考えにくい。これらの性質をもつ問題を本当に標準ベンチマークに取り入れる必要があるか、再考を要する。

■**パレートフロントの形状** F1 と F7 の集計値からわかるように、ほとんどの問題のパレートフロントは凸かつ  $m - 1$  次元単体と同相であると推測された。近年の人工問題では複雑な形状のパレートフロントが作られているが、そのようなベンチマークは過剰要求の恐れがあることが示唆された。

■**体系的調査に向けた実問題の報告方法** 現状、実問題を体系的にレビューする方法が確立されていないため、論文著者も自身の取り扱った実問題に関してどのような項目を報告すべきかが定まっていない。このような不統一から、調査項目の多くが?となった。実問題の傾向をより調査しやすくするために、実問題研究では以下を報告することが望ましい。

- 変数の型（実数、整数、組合せ、それらの混合など）と値のとりうる範囲を記載すること。
- 具体的な問題インスタンスが有する変数、目的、制約の数を記載すること。
- 目的関数や制約関数を数式で記載すること。
- パレート集合やパレートフロントの散布図や平衡座標プロットを記載すること。

■**アンケート** 論文の記述からは判断できなかった項目を補完するため、論文著者へのアンケートを作成した。アンケートは 2020 年 3 月上旬に配布予定である。

## 4 Disk Brake Design Problem の解析

既存のベンチマーク問題のなかには、実問題に基づきながらも、定義が閉じた式で与えられている問題もある。このような問題は、リアリティが高くしかも万人が利用しやすいため、ベンチマーク問題として重要である。このような問題の性質を深く理解することができればベンチマークとしての有用性がより高まるが、理論的な解析はこれまで十分に行われていなかった。本研究では、実問題に基づく代表的なベンチマークである Disc brake design (DBD) 問題の性質を解析した。

表 4 実問題の性質. R1–7: 推奨, F1–10: 特徴,  $\#x$ : 変数の数,  $\#f$ : 目的の数,  $\#g$ : 制約の数 (上下制限制約を除く). Y: 条件を満たすことが論文に明記されている. y: 条件を満たすことが論文から推測できる. n: 条件を満たさないことが論文から推測できる. N: 条件を満たさないことが論文に明記されている. ?: 論文の記述からは判断できない.

2019 RWA	R1 R2 R3 R4 R5 R6 R7	F1 F2 F3 F4 F5 F6 F7 F8 F9 F10	$\#x$	$\#f$	$\#g$
[TVT19]	? ? Y N Y y N	V Y y ? n y n n N n	480	2	1488
[ZDP+19]	? ? ? N y y N	V Y y ? ? ? n N N n	?	2	?
[CKM+19]	n y n N Y Y N	? Y y n y y y ? N n	10	3	0
[AHSMM19]	? ? Y N ? Y N	V Y ? ? y y n y n y	?	2	?
[LAA119]	Y n N N Y n N	V Y ? n ? ? n y N n	10	2	6
[IELS19]	? ? Y N n y N	V y y n ? ? n y n n	?	2	0
[YPE+19]	? ? ? N ? y N	M ? ? y y ? n ? n n	?	2	0
[CDK+19]	? ? y N Y ? N	? Y y ? ? ? ? ? ? n	$> 10^6$	3	$> 10^6$
2019 EMO	R1 R2 R3 R4 R5 R6 R7	F1 F2 F3 F4 F5 F6 F7 F8 F9 F10	$\#x$	$\#f$	$\#g$
[VNKT19]	? ? y N ? ? N	? ? ? ? ? ? ? ? n	208	2	0
[PGL19]	? ? y N ? n N	C ? y ? ? ? n ? n n	10	2	?
[YPE+19]	? ? y N y y N	V ? y n y ? n ? n n	9	2	0
[NBR+19]	? ? y N y n N	? ? ? ? ? ? ? ? ?	?	4	?
2018 RWA	R1 R2 R3 R4 R5 R6 R7	F1 F2 F3 F4 F5 F6 F7 F8 F9 F10	$\#x$	$\#f$	$\#g$
[GGA18]	? ? Y N ? y N	V Y ? ? ? ? n ? n n	?	2	?
[PYS+18]	? ? Y N N y N	V Y y y n ? n ? n n	20	2	0
[PS18]	y n Y N Y Y N	VS Y ? n y y y ? n Y	25	2	11
[vdMPN+18]	? ? N N N N N	V Y y n ? ? ? n n	9	2	0
2018 EMO	R1 R2 R3 R4 R5 R6 R7	F1 F2 F3 F4 F5 F6 F7 F8 F9 F10	$\#x$	$\#f$	$\#g$
[BGM+18]	? ? Y N N y N	L Y y ? y ? n ? n n	?	2	?
[YS18]	n n Y N N y N	V Y y y y y n ? n n	5	2	1
[XZ18]	? ? Y N ? y N	V y y ? ? ? n ? n n	50	3	3
2017 RWA	R1 R2 R3 R4 R5 R6 R7	F1 F2 F3 F4 F5 F6 F7 F8 F9 F10	$\#x$	$\#f$	$\#g$
[RAMC17]	? ? y N N n N	? y ? ? ? ? ? ? ? n	?	7	?
[UF17]	? ? y N N n N	? y y n ? ? ? y n n	?	3	?
[YYT+17]	? ? ? N N n N	M y ? ? ? ? ? ? n n	?	2	?
[SvdML+17]	? ? N N N Y N	V y y n ? ? n ? n n	9	3	0
[TAZS17]	? ? Y N y n N	V y ? n ? ? n ? n n	169	3	2496
[Fie17]	? ? Y N N y N	? y y n ? ? ? ? ? n	1344	7	2316
[BSN17]	? ? Y N N y N	V y ? ? ? ? n ? n n	120	2	?
[AAT17]	? ? Y N N y N	VS ? ? ? ? ? y ? n n	?	3	?
2017 EMO	R1 R2 R3 R4 R5 R6 R7	F1 F2 F3 F4 F5 F6 F7 F8 F9 F10	$\#x$	$\#f$	$\#g$
[Mie17]	? ? Y Y ? ? N	? ? ? ? ? ? ? ? n	1250	2	0
2016 RWA	R1 R2 R3 R4 R5 R6 R7	F1 F2 F3 F4 F5 F6 F7 F8 F9 F10	$\#x$	$\#f$	$\#g$
[CYP+16]	? ? Y N n n N	C y ? y y ? n ? n n	400	2	0
[ELA16]	? ? ? N ? y N	V ? ? ? ? ? n ? n n	?	2	0
[TGC16]	? ? N N y y N	V y y n n ? n ? n n	7	2	1
2016 EMO	R1 R2 R3 R4 R5 R6 R7	F1 F2 F3 F4 F5 F6 F7 F8 F9 F10	$\#x$	$\#f$	$\#g$
[CCG16]	? ? N N y y N	V ? ? n n ? n ? n n	9	2	7
[SGGD16]	? ? N N y y N	V ? ? n ? ? n ? n n	9	2	0
2015 RWA	R1 R2 R3 R4 R5 R6 R7	F1 F2 F3 F4 F5 F6 F7 F8 F9 F10	$\#x$	$\#f$	$\#g$
[RMdSCF15]	? ? Y N y y N	V y ? n ? ? n ? n n	4	5	4
[SWT+15]	? ? Y N y y N	VDS y y n y ? y ? n n	642	3	0
[PAS+15]	? ? Y N N ? N	MS y ? n y ? y ? n n	256	2	0
2015 EMO	R1 R2 R3 R4 R5 R6 R7	F1 F2 F3 F4 F5 F6 F7 F8 F9 F10	$\#x$	$\#f$	$\#g$
[Hrb15]	? ? Y N N y N	? y ? ? ? ? ? ? n n	800	3	?
Total	R1 R2 R3 R4 R5 R6 R7	F1 F2 F3 F4 F5 F6 F7 F8 F9 F10			
Y/ V	1 0 19 1 5 4 0	22 12 0 0 0 0 0 0 0 1			
y/ L	1 1 7 0 9 20 0	1 15 17 4 10 5 5 4 0 1			
n/ C	2 3 1 0 2 8 0	2 0 0 16 4 0 23 1 27 34			
N/ M	0 0 6 36 13 1 37	3 0 0 0 0 0 0 1 4 0			
?	33 33 4 0 8 4 0	9 10 20 17 23 32 9 31 6 1			

## 4.1 問題の定義

本節では以下の多目的最適化問題の性質を論ずる：

$$\begin{aligned}
 & \text{minimize} \\
 & f_1(\mathbf{x}) = 4.9 \times 10^{-5}(x_2^2 - x_1^2)(x_4 - 1) \\
 & f_2(\mathbf{x}) = \frac{9.82 \times 10^6(x_2^2 - x_1^2)}{x_3 x_4(x_2^3 - x_1^3)} \\
 & \text{subject to} \\
 & e_1(\mathbf{x}) = (x_2 - x_1) - 20 \geq 0 \\
 & e_2(\mathbf{x}) = 30 - 2.5(x_4 + 1) \geq 0 \\
 & e_3(\mathbf{x}) = 0.4 - \frac{x_3}{3.14(x_2^2 - x_1^2)} \geq 0 \\
 & e_4(\mathbf{x}) = 1 - \frac{2.22 \times 10^{-3} x_3(x_2^3 - x_1^3)}{(x_2^2 - x_1^2)^2} \geq 0 \\
 & e_5(\mathbf{x}) = \frac{2.66 \times 10^{-2} x_3 x_4(x_2^3 - x_1^3)}{x_2^2 - x_1^2} - 900 \geq 0 \\
 & \text{where} \\
 & 55 \leq x_1 \leq 80 \\
 & 75 \leq x_2 \leq 110 \\
 & 1,000 \leq x_3 \leq 3,000 \\
 & 2 \leq x_4 \leq 20.
 \end{aligned}$$

この問題 (以下 DBD 問題と呼ぶ) は [OK95] で与えられたものであり, disk brake の質量と停止時間を最小化するという実問題をモデルとしたものである.

## 4.2 制約条件の簡約

DBD 問題の制約条件は以下のように言い換えることができる：

命題 4.1 DBD 問題の制約条件は次の条件と同値である：

$$\begin{aligned}
 & 55 \leq x_1 \leq 80, \\
 & x_1 + 20 \leq x_2 \leq 110, \\
 & 1,000 \leq x_3 \leq 3,000, \\
 & 11 \leq x_4 \leq 20.
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

## 4.3 パレート集合の導出

命題 4.1 より, DBD 問題での制約条件のもと,  $x_3$  の値は  $x_1, x_2, x_4$  の値とは独立に 1000 から 3000 の間を自由に動くことができる.  $x_3$  は 2 つの目的関数のうち,  $f_2(\mathbf{x})$  の分母にのみ現れるので,  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$  が DBD 問題のパレート解であれば  $x_3 = 3000$  であることがわかる. これは no extremal であるという条件を満たしていないことに注意する. また目的関数を, パレート順序を保つ変換 (今の場合関数ごとの正の定数倍) で変形することにより, DBD 問題のパレート集合を決定するためには以下の関数を考えればよいことがわかる.

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) := (F_1(\mathbf{x}), F_2(\mathbf{x})) := \left( (x_2^2 - x_1^2)(x_4 - 1), \frac{x_2^2 - x_1^2}{x_2^3 - x_1^3} \cdot \frac{1}{x_4} \right). \tag{4.2}$$

$x_1, x_2, x_4$  が (4.1) を満たす点全体からなる領域は図 1 のようになる. 図を見てもわかる通り, この実行

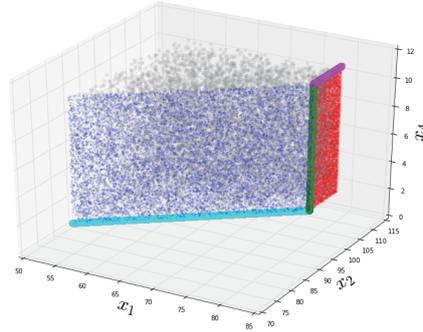


図1 DBD問題の実行可能領域.

可能領域は角つきの3次元多様体となる. この領域を  $R$  とし, その境界  $\partial R$  のうち角でない部分を  $\partial_2 R$ ,  $i$ 次元の角全体を  $\partial_i R$  とする ( $i = 0, 1$ ). 陰関数定理を用いると以下を示すことができる:

命題 4.2  $\text{Int}(R) := R \setminus \partial R$  および  $\partial_2 R$  上の点は  $\mathbf{F}$  を最小化する問題のパレート解になり得ない.

また  $R$  上  $\frac{\partial F_i}{\partial x_1} < 0$  ( $i = 1, 2$ ) であることを示すことができ, 特に以下もわかる:

命題 4.3  $x_1 \neq \min\{x_2 - 20, 80\}$  となる  $\mathbf{x} \in R$  は  $\mathbf{F}$  を最小化する問題のパレート解になり得ない.

$S_i \subset \partial R$  を以下のように定義する:

$$\begin{aligned} S_1 &:= \{\mathbf{x} \in R \mid x_1 = x_2 - 20, x_2 \leq 100\}, \\ S_2 &:= \{\mathbf{x} \in R \mid x_1 = 80, x_2 \geq 100\}. \end{aligned}$$

$S_1, S_2$  はそれぞれ図1の青, 赤の面である. 命題 4.2 と 4.3 より DBD 問題のパレート解は  $\partial S_1 \cup \partial S_2$  に含まれることに注意する.

命題 4.4  $\mathbf{F}|_{S_1}$  を最小化する問題のパレート集合は  $\{\mathbf{x} \in S_1 \mid x_2 = 100\} \cup \{\mathbf{x} \in S_1 \mid x_4 = 11\}$  である.

命題 4.5  $\mathbf{F}|_{S_2}$  を最小化する問題のパレート集合は  $\{\mathbf{x} \in S_2 \mid x_2 = 100\} \cup \{\mathbf{x} \in S_2 \mid x_4 = 20\}$  である.

命題 4.4 と 4.5 の証明は (他の命題の証明とあわせて) 論文にまとめて出版する予定である. 命題 4.4 と 4.5 より DBD 問題のパレート集合は

$$\{\mathbf{x} \in S_1 \mid x_4 = 11\} \cup \{\mathbf{x} \in S_2 \mid x_2 = 100\} \cup \{\mathbf{x} \in S_2 \mid x_4 = 20\}$$

に含まれることがわかるが ( $\{\mathbf{x} \in S_1 \mid x_2 = 100\} = \{\mathbf{x} \in S_2 \mid x_2 = 100\}$  であることに注意), これらの集合上でのトレードオフの様子から逆にこの集合上の点は全て DBD 問題のパレート解であることがわかる. 以上より以下が得られた:

定理 4.1 DBD 問題のパレート集合は

$$\{\mathbf{x} \in S_1 \mid x_4 = 11\} \cup \{\mathbf{x} \in S_2 \mid x_2 = 100\} \cup \{\mathbf{x} \in S_2 \mid x_4 = 20\}$$

である. この集合はそれぞれ図1内の水色, 緑, 紫の線分である. また  $\mathbf{F}$  の像を描くと図2のようになる.

#### 4.4 考察

■実問題を用いた最適化手法の絶対評価 最適化手法の性能評価には, 相対評価と絶対評価がある. パレート集合やパレートフロントが未知の場合には, Hypervolume などの指標を用いて「ある最適化手法で求めた解集合と別の最適化手法で求めた解集合のどちらが優越しているか」を相対評価できるのみである.

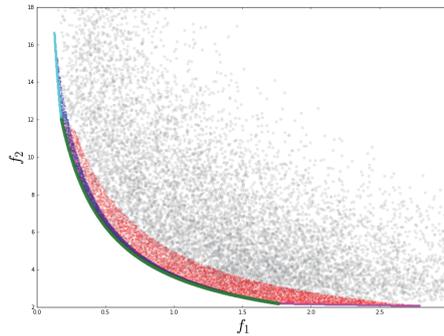


図2  $\mathbf{F}$  の像.

パレート集合やパレートフロントが既知の場合には、GD や IGD といった指標を用いて「最適化手法で求めた解集合が真のパレート集合やパレートフロントにどれだけ近似しているか」を絶対評価することも可能になる。

DBD 問題のパレート集合が分かったことにより、実問題を用いた最適化手法の絶対評価が可能となった。従来、パレート集合が既知の実問題は稀であり、絶対評価の際には人工問題に頼らざるをえなかった。しかし、DTLZ [DTLZ02] や WFG [HHBW06] といった標準的な人工問題は、実問題には見られない不自然な性質を多数備えていることが指摘されており [MNI16]、それらでの評価結果が実問題での性能をどれだけ示唆しているかは不確かであった。本研究により、DBD 問題はリアリティのある絶対評価を可能とする重要なベンチマークとなった。

■構造安定性を用いた問題の性質の自然さの特徴付け DTLZ や WFG の不自然さの中でも特に強く批判されている性質は、各目的関数が複数の最適解をもつことと、1つの点が複数の目的関数の最適解になっていることである [MNI16]。これらは、目的関数にある種の摂動（例えば線形摂動）を加えることで失われる、不安定な構造である。実問題では、モデル化や計算の過程で様々なノイズや誤差が生じ、それらが自然な摂動として働くため、不安定構造は特別な理由がない限り現れないと考えられる。

図1と2から、DBD問題のパレート集合とパレートフロントはともに曲線であり、 $\mathbf{F}$ によって同相に対応していることが読み取れる。また、 $F_1$ と $F_2$ の最適解はそれぞれ1点であり、パレート集合の両端に位置することも簡単な計算で分かる。すなわち、DBD問題は単体的な問題 [KHS<sup>+</sup>19]である。これはある種の摂動によって失われない安定構造であると予想できるが、どのような写像空間での安定性に対応するかは未解明である。このような問題の自然さ・不自然さを構造安定性の観点から特徴付けることは、今後の課題である。

## 5 会期後の研究方針

3章で議論したように、実問題の傾向を把握するためには、実問題とその最適化結果を標準化された方法で収集する必要がある。実問題の報告方法を標準化することは大事であるが、それだけでは効果が表れるまでに時間がかかる。そこで、より短期間で系統的に情報を収集する方法を検討した。

進化計算分野の主要会議では、毎年、実問題を用いた最適化コンペティションが行われる。これらのコンペティションの最適化結果を収集することにより、実問題の性質を解析するためのデータベースを構築することとした。そのために、2019年12月に進化計算学会において「実世界ベンチマーク問題分科会」を設立した\*3。この分科会において、コンペティションの評価プロセスをシステム化し、データの収集メカニズムを構築した。この新システムは、2020年9月頃に開催予定の進化計算コンペティションで運用される予定である。

\*3 <http://www.jpnssec.org/sig.html>.

## 参考文献

- [AAT17] Rolando Armas, Hernan Aguirre, and Kiyoshi Tanaka, *Multi-objective optimization of level of service in urban transportation*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 17, Association for Computing Machinery, 2017, p. 1057–1064.
- [AHSMM19] Leena Ahmed, Philipp Heyken-Soares, Christine Mumford, and Yong Mao, *Optimising bus routes with fixed terminal nodes: Comparing hyper-heuristics with nsgaii on realistic transportation networks*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 19, Association for Computing Machinery, 2019, p. 1102–1110.
- [BGM<sup>+</sup>18] Jakob Bossek, Christian Grimme, Stephan Meisel, Günter Rudolph, and Heike Trautmann, *Local search effects in bi-objective orienteering*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 18, Association for Computing Machinery, 2018, p. 585–592.
- [BSN17] Sandeep V. Belure, Ofer M. Shir, and Vikas Nanda, *Protein design by multiobjective optimization: Evolutionary and non-evolutionary approaches*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 17, Association for Computing Machinery, 2017, p. 1081–1088.
- [CCG16] Sergio F. Contreras, Camilo A. Cortés, and María A. Guzmán, *Bio-inspired multi-objective optimization design of a highly efficient squirrel cage induction motor*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference 2016 (New York, NY, USA), GECCO ' 16, Association for Computing Machinery, 2016, p. 549–556.
- [CDK<sup>+</sup>19] Boonyarit Changaival, Grégoire Danoy, Dzmitry Kliazovich, Frédéric Guinand, Matthias R. Brust, Jędrzej Musiał, Kittichai Lavangnananda, and Pascal Bouvry, *Toward real-world vehicle placement optimization in round-trip carsharing*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 19, Association for Computing Machinery, 2019, p. 1138–1146.
- [CKM<sup>+</sup>19] Tinkle Chugh, Tomas Kratky, Kaisa Miettinen, Yaochu Jin, and Pekka Makonen, *Multiobjective shape design in a ventilation system with a preference-driven surrogate-assisted evolutionary algorithm*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 19, Association for Computing Machinery, 2019, p. 1147–1155.
- [CYP<sup>+</sup>16] Mitchell Colby, Logan Yliniemi, Paolo Pezzini, David Tucker, Kenneth “Mark” Bryden, and Kagan Tumer, *Multiobjective neuroevolutionary control for a fuel cell turbine hybrid energy system*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference 2016 (New York, NY, USA), GECCO ' 16, Association for Computing Machinery, 2016, p. 877–884.
- [DTLZ02] K. Deb, L. Thiele, M. Laumanns, and E. Zitzler, *Scalable multi-objective optimization test problems*, Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation. CEC'02 (Cat. No.02TH8600), vol. 1, May 2002, pp. 825–830 vol.1.
- [ELA16] Kai Olav Ellefsen, Herman A. Lepikson, and Jan C. Albiez, *Planning inspection paths through evolutionary multi-objective optimization*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference 2016 (New York, NY, USA), GECCO ' 16, Association for Computing Machinery, 2016, p. 893–900.
- [Fie17] Jonathan E. Fieldsend, *University staff teaching allocation: Formulating and optimising a many-objective problem*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 17, Association for Computing Machinery, 2017, p. 1097–1104.
- [GGA18] Ivo Gonçalves, Álvaro Gomes, and Carlos Henggeier Antunes, *Optimizing residential energy resources with an improved multi-objective genetic algorithm based on greedy mutations*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 18, Association for Computing Machinery, 2018, p. 1246–1253.
- [HHBW06] S. Huband, P. Hingston, L. Barone, and L. While, *A review of multiobjective test problems and a scalable test problem toolkit*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation **10** (2006), no. 5, 477–506.
- [Hrb15] Radek Hrbacek, *Parallel multi-objective evolutionary design of approximate circuits*, Proceedings of the 2015 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation (New York, NY, USA), GECCO ' 15, Association for Computing Machinery, 2015, p. 687–694.
- [IELS19] Assaf Israeli, Michael Emmerich, Michael (Iggly) Litaor, and Ofer M. Shir, *Statistical learning in soil sampling design aided by pareto optimization*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 19, Association for Computing Machinery, 2019, p. 1198–1205.
- [KHS<sup>+</sup>19] Ken Kobayashi, Naoki Hamada, Akiyoshi Sannai, Akinori Tanaka, Kenichi Bannai, and Masashi Sugiyama, *Bézier simplex fitting: Describing pareto fronts of simplicial problems with small samples in multi-objective optimization*, Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence, vol. 33, 2019, pp. 2304–2313.
- [LAAI19] Nian-Ze Lee, Paolo Arcaini, Shaikat Ali, and Fuyuki Ishikawa, *Stability analysis for safety of automotive multi-product lines: A search-based approach*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 19, Association for Computing Machinery, 2019, p. 1241–1249.
- [Mic17] Krzysztof Michalak, *Simulation-based crossover for the firefighter problem*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 17, Association for Computing Machinery, 2017, p. 601–608.
- [MNI16] H. Masuda, Y. Nojima, and H. Ishibuchi, *Common properties of scalable multiobjective problems and a new framework of test problems*, 2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC), July 2016, pp. 3011–3018.
- [NBR<sup>+</sup>19] Muhammad Ali Nayeem, Md. Shamsuzzoha Bayzid, Atif Hasan Rahman, Rifat Shahriyar, and M. Sohel Rahman, *A “phylogeny-aware” multi-objective optimization approach for computing msa*, Pro-

- ceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 19, Association for Computing Machinery, 2019, p. 577–585.
- [OK95] A. Osyczka and S. Kundu, *A genetic algorithm-based multicriteria optimization method*, Proceedings of first world congress on structural and multi-disciplinary optimization, Elsevier Science, 1995, pp. 909–914.
- [PAS<sup>+</sup>15] Kleopatra Pirpinia, Tanja Alderliesten, Jan-Jakob Sonke, Marcel van Herk, and Peter A.N. Bosman, *Diversifying multi-objective gradient techniques and their role in hybrid multi-objective evolutionary algorithms for deformable medical image registration*, Proceedings of the 2015 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation (New York, NY, USA), GECCO ' 15, Association for Computing Machinery, 2015, p. 1255–1262.
- [PGL19] Jeisson Prieto, Jonatan Gomez, and Elizabeth Leon, *Multi-objective evolutionary algorithm for dna codeword design*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 19, Association for Computing Machinery, 2019, p. 604–611.
- [PS18] Cyril Picard and Jürg Schiffmann, *Impacts of constraints and constraint handling strategies for multi-objective mechanical design problems*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 18, Association for Computing Machinery, 2018, p. 1341–1347.
- [PYS<sup>+</sup>18] Pramudita Satria Palar, Kaifeng Yang, Koji Shimoyama, Michael Emmerich, and Thomas Bäck, *Multi-objective aerodynamic design with user preference using truncated expected hypervolume improvement*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 18, Association for Computing Machinery, 2018, p. 1333–1340.
- [RAMC17] Cristian Ramirez-Atencia, Sanaz Mostaghim, and David Camacho, *A knee point based evolutionary multi-objective optimization for mission planning problems*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 17, Association for Computing Machinery, 2017, p. 1216–1223.
- [RMdSCF15] Gilberto Reynoso-Meza, Leandro dos Santos Coelho, and Roberto Z. Freite, *Efficient sampling of pi controllers in evolutionary multiobjective optimization*, Proceedings of the 2015 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation (New York, NY, USA), GECCO ' 15, Association for Computing Machinery, 2015, p. 1263–1270.
- [SGGD16] Siamak Safarzagadean Gilan, Naman Goyal, and Bistra Dilkina, *Active learning in multi-objective evolutionary algorithms for sustainable building design*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference 2016 (New York, NY, USA), GECCO ' 16, Association for Computing Machinery, 2016, p. 589–596.
- [SvdML<sup>+</sup>17] Krzysztof L. Sadowski, Marjolein C. van der Meer, Ngoc Hoang Luong, Tanja Alderliesten, Dirk Thierens, Rob van der Laarse, Yury Niatsetski, Arjan Bel, and Peter A. N. Bosman, *Exploring trade-offs between target coverage, healthy tissue sparing, and the placement of catheters in hdr brachytherapy for prostate cancer using a novel multi-objective model-based mixed-integer evolutionary algorithm*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 17, Association for Computing Machinery, 2017, p. 1224–1231.
- [SWT<sup>+</sup>15] Shana Schlottfeldt, Maria Emilia M.T. Walter, Jon Timmis, Andre C.P.L.F. Carvalho, Mariana P.C. Telles, and Jose Alexandre F. Diniz-Filho, *Using multi-objective artificial immune systems to find core collections based on molecular markers*, Proceedings of the 2015 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation (New York, NY, USA), GECCO ' 15, Association for Computing Machinery, 2015, p. 1271–1278.
- [TAZS17] Silviu Tofan, Richard Allmendinger, Manuela Zanda, and Olly Stephens, *Heuristic allocation of computational resources*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 17, Association for Computing Machinery, 2017, p. 1256–1263.
- [TGC16] Mateus A.M. Teixeira, Fillipe Goulart, and Felipe Campelo, *Evolutionary multiobjective optimization of winglets*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference 2016 (New York, NY, USA), GECCO ' 16, Association for Computing Machinery, 2016, p. 1021–1028.
- [TVT19] Vasilios Tsalavoutis, Constantinos Vrionis, and Athanasios Tolis, *A hybrid multi-objective evolutionary algorithm for economic-environmental generation scheduling*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 19, Association for Computing Machinery, 2019, p. 1338–1346.
- [UF17] Neil Urquhart and Achille Fonzzone, *Evolving solution choice and decision support for a real-world optimisation problem*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 17, Association for Computing Machinery, 2017, p. 1264–1271.
- [vdMPN<sup>+</sup>18] Marjolein C. van der Meer, Bradley R. Pieters, Yury Niatsetski, Tanja Alderliesten, Arjan Bel, and Peter A. N. Bosman, *Better and faster catheter position optimization in hdr brachytherapy for prostate cancer using multi-objective real-valued gomea*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 18, Association for Computing Machinery, 2018, p. 1387–1394.
- [VNKT19] Vanessa Volz, Boris Naujoks, Pascal Kerschke, and Tea Tušar, *Single- and multi-objective game-benchmark for evolutionary algorithms*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 19, Association for Computing Machinery, 2019, p. 647–655.
- [VPE<sup>+</sup>19] Tuong Manh Vu, Charlotte Probst, Joshua M. Epstein, Alan Brennan, Mark Strong, and Robin C. Purshouse, *Toward inverse generative social science using multi-objective genetic programming*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 19, Association for Computing Machinery, 2019, p. 1356–1363.
- [XZ18] Ying Xu and Yan Zhou, *A steady-state nsga-ii based multi-objective multicast routing algorithm for optical networks*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 18, Association for Computing Machinery, 2018, p. 785–792.
- [YPE<sup>+</sup>19] Kaifeng Yang, Pramudita Satria Palar, Michael Emmerich, Koji Shimoyama, and Thomas Bäck, *A multi-point mechanism of expected hypervolume improvement for parallel multi-objective bayesian global optimization*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 19, Association for Computing Machinery, 2019, p. 656–663.
- [YS18] Cheryl Wong Sze Yin and S. Suresh, *Preference-based 3-dimensional en-route airspace sectoriza-*

- tion*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 18, Association for Computing Machinery, 2018, p. 769–776.
- [YYT<sup>+</sup>17] Eric A. Yu, Jin Yeom, Cem C. Tutum, Etienne Vouga, and Risto Miikkulainen, *Evolutionary decomposition for 3d printing*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 17, Association for Computing Machinery, 2017, p. 1272–1279.
- [ZCAT19] S. Zapotecas-Martínez, C. A. Coello Coello, H. E. Aguirre, and K. Tanaka, *A review of features and limitations of existing scalable multiobjective test suites*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation **23** (2019), no. 1, 130–142.
- [ZDP<sup>+</sup>19] Shuai Zhao, Piotr Dziurzynski, Michal Przewozniczek, Marcin Komarnicki, and Leandro Soares Indrusiak, *Cloud-based dynamic distributed optimisation of integrated process planning and scheduling in smart factories*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (New York, NY, USA), GECCO ' 19, Association for Computing Machinery, 2019, p. 1381–1389.