

# 平成30年度 共同利用研究報告書

平成 30年 9月 18日

九州大学 マス・フォア・インダストリ研究所長 殿

所属・職名 佐世保工業高等専門学校 教授

提案者 氏名 松谷茂樹

下記の通り共同研究の報告をいたします。 記

		※整理番号	20180001	
1.研究計画題目	結晶転位の先進数理解析			
2.種目 (○で囲む)	a. プロジェクト研究	b. 若手研究	c. 一般研究	
3.種別 (○で囲む)	a. 研究集会 I	b. 研究集会 II	c. 短期共同研究	d. 短期研究員
4.研究代表者	氏名	松谷 茂樹		
	所属 部局名	佐世保工業高等専門学校 一般科目 数理情報科	職名	教授
	連絡先			
	e-mail		TEL	
5.研究実施期間	平成 30年 9月 10日 (月曜日) ~平成 30年 9月 11日 (火曜日)			
6.キーワード (複数可)	結晶, らせん転位, 結晶構造, トポロジカル欠陥, キンク現象, $\Gamma$ 収束, 形状記憶合金, グラフ			
7.参加者数	27人 *1			

\*1 短期研究員は九大の共同研究者も含める。

I, II, 短期共同研究は事務局から送った参加者データを元に記入。

## 8.本研究で得られた成果の概要

本研究集会 II は、研究集会 II「結晶のらせん転位の数理」(2016年9月3-4日)と、研究集会 I「結晶の界面、転位、構造の数理」(2017年8月28-30日)の成果を発展させるものである。結晶の問題、特に、転位の問題を解決するには、広範囲な連続描像の性質と、離散的性質との両方を上手く取り扱う枠組みが必要である。しかし、現在そうした枠組みは出来上がっていない。連続描像に関しては、1950年代より近藤一夫先生、甘利俊一先生が微分幾何的な考察を行い、70-80年代に現代数学(主に代数的位相幾何、微分幾何)の物理現象への応用が盛んに研究された際に、机上で可能な考察はほぼ達成できたと思われる。他方、離散群の20世紀後半の発展の影響を受け、20世紀前半に発展し完成した、従来の結晶群や分子の対称性を表す群構造の理論を再考しようとする動きが、今世紀に入って現れている。

本研究集会は、結晶転位の微分幾何的理論を実際に構築された甘利俊一先生、位相的結晶論により現代数学的視点から結晶を研究されている砂田利一先生、転位の観察・観測に関して長年実験的研究をされてきた東田賢二先生、更に物理現象の離散的な定式化を深く研究されている時弘哲治先生を講演者としてお迎えした。組織委員である中川淳一氏、松谷も加えた講演者の講演とその後の議論により、結晶の転位の新たな数学的定式化に向けた方向性を提示できた。数学分野を横断した課題の解析は、数学的にも困難な問題ではあるが、大きな飛躍の種が生まれたと考えている。

尚、北海道地震のため、予定していた北海道大学の土坂正晃氏が出席できず講演が中止となった。

**IMI Workshop II: 結晶転位の先進数理解析**  
**(Advanced Mathematical Investigation for Dislocations)**

at IMI オーディトリウム (W1-D413) 九州大学伊都キャンパス

**1 Program** (2018年9月10日(月)-11日(火))

9月10日(月)

13:00-13:05	オープニング	
13:05-13:55	中川淳一 (新日鐵住金)	数学と物質・材料との連携への展開 -転位と回位の数学的記述を事例に-
14:10-15:00	東田賢二 (佐世保高専)	結晶中の転位観察と塑性変形現象：現状と課題
15:00-15:30	休憩	
15:30-16:20	時弘哲治 (東京大学)	液晶における転位と準周期性
16:30-17:15	松谷茂樹 (佐世保高専)	先進数理解析と結晶の転位問題

9月11日(火)

10:00-10:30	社会数理解実践研究 (東大数理)	- 結晶構造の数学的記述 Growth -
10:45-12:15	甘利俊一 (理化学研究所)	転位の連続体の動的理論：微分幾何によるアプローチ
12:15-14:00	昼休憩	
14:00-15:30	砂田利一 (明治大学)	Certain Arithmetic Quasicrystals
15:30-15:35	クロージング	
15:35-	(時間の余裕がある方でフリーの	ディスカッションを行います)
15:30-16:00	ティータイム	
16:00-16:50	上坂正晃 (北海道大学)	(震災のため講演中止)
16:50-16:55	クロージング	

本研究集会 II「結晶転位の先進数理解析」は、研究集会 II「結晶のらせん転位の数理」(2016年9月3-4日)と、研究集会 I「結晶の界面、転位、構造の数理」(2017年8月28-30日)の成果を発展させるものとして2018年9月10日-11日に開催した。

結晶は、特殊ユークリッド変換群  $SE(3)$  の離散部分群の作用によって不変である集合として特徴づけられる。2016年9月の研究集会では、らせん転位をこの離散群の対称性の破れとして捉え、代数的な考察による離散幾何の表示と  $\zeta$  関数との関係や、 $\Gamma$  収束によるモデル化に関する話題にフォーカスし、議論を行った。また、2017年8月の研究集会では、最近の分析装置を用いた観察データや数値解析結果に関する講演などを基に、キンク現象・界面成長・粒界の結晶構造・構造と離散群の関係などについて、多分野の研究者が幅広く議論を行った。

これらの結晶の問題に関しては、計算機が発達した90年代後半から(古典及び第一原理)分子動力学法を使って計算機上で原子を並べ転位を再現することなどが可能となり、また2000年頃からは分析装置・観察装置・実験技術が急激に発展し、連続描像から結晶構造まで様々なものが可視化されている。また、これらの微細構造をマルチスケールに制御したいという、産業界からの要望も顕著となっている。

これらの結晶の問題、特に、転位の問題を解決するには、様々な連続描像の性質と、離散的性質との両方を上手く取り扱う枠組みが必要である。しかし、現在そうした枠組みは出来上がっていない。

連続描像に関しては、1950年代より近藤一夫先生、甘利俊一先生が微分幾何的な考察を行い、70-80年代に現代数学(主に代数的位相幾何、微分幾何)の物理現象への応用が盛んに研究された際に、机上で可能な考察はほぼ達成できたと思われる。

他方、離散群の20世紀後半の発展の影響を受け、20世紀前半に発展し完成した、従来の結晶群や分子の対称性を表す群構造の理論を再考しようとする動きが、今世紀に入って現れている。

本研究集会は、様々な分野の専門家をお迎えして開催することとした。尚、北海道地震のために、とても残念なことではあるが、予定していた北海道大学の上坂正晃氏が出席できず、講演が中止となってしまった。

初日の10日は、新日鐵住金(株)の中川淳一氏より産業界の要望と数学と物質・材料との連携への展開について転位と回位の数学的記述を中心とした講演を問題提起も兼ねして頂いた。その後、転位の観察・観測に関して長年実験的研究に携われてきた東田賢二先生より、昨年に引き続き、近年の観察、実験に関する状況を解説・報告して頂いた。また、物理現象の離散的な定式化を深く研究されている時弘哲治先生からは、液晶における転位と回位、またその準周期性との関わりを通じて、現実の系の数学的記述について講演して頂いた。数学と物理の連携研究のあり方のスコープを提示すると共に、先の東田先生の講演の実験事実に対する理論的研究の方向性をも想起させるものであったと考えている。それに引き続き、松谷が本研究会の名称でもある先進数理解析の意味とその重要性をオイラー・ベヌ

ーイの弾性曲線の研究を通して提示し、その立場で行われた転位に関わる研究、二例の報告を行った。

11日は、東京大学数理科学研究科の数理社会数理実践研究において実施されている「Growth」と称する結晶構造の新たな数学的記述に関する講演を中川淳一氏にして頂いた後に、結晶転位の微分幾何に基づく理論を構築された甘利俊一先生から、先生が構築された理論の解説と、数理工学及び、数学と他分野との連携、またその最近の成果について、先生のご経験を基に講演をして頂いた。近藤先生、甘利先生が構築した理論は従来、微分幾何の枠組みで捉えられてきたものであるが、塑性変形の本質を抉ったもので、現状の離散的枠組みに対しても指導方針を提示する緻密なものであり、講演は極めて示唆的なものとなった。また、位相的結晶論により現代数学的視点から結晶を研究されている砂田利一先生からは、Gaussの日記の記述から始まり数の幾何に関わる実にprimitiveでかつ数学的に深い問題の紹介とその最近の進展結果について解説して頂いた。最終結果は、準結晶ひいては結晶とは何かという素朴な問いにも繋がり、本研究会の締めくくりの講演としても意味深いものとなった。

これらの講演とそれに続く質問や議論により、本研究集会を通して、結晶の転位の新たな数学的定式化に対して大きな方向性を与えることができたと考えている。特に、実験を基にした物理的な本質を提示した講演や、物理的本質とその数学的表現（あるいは数学的本質）について（応用側面からと数学側面から）長年研究に携わってきた研究者からの講演があり、通常の数学の研究会とは大きく異なる広がりを持つ研究会となった。物理的（数理的）本質を捉えながら数学分野を横断した課題の解析は、科学全体としても数学の枠内でも困難を伴うものであるが、本研究集会において、大きな飛躍の種が生まれたと考えている。異分野融合の一つのケーススタディとなる事を願っている。

組織委員代表 松谷茂樹

2018年9月19日