# 平成29年度 共同利用研究報告書

平成 29年 12月 6日

九州大学 マス・フォア・インダストリ研究所長 殿

所属・職名 東京大学地震研究所・准教授 提案者 氏名 長尾 大道

下記の通り共同研究の報告をいたします.

記

			※整理番号		20170018				
1.研究計画題目	地震ビッグデータに基づく新しい震源決定手法の理論的研究								
2.種別 (○で囲む)	a. 研究集会 I		b. 研究集会Ⅱ	c.短期共同研究		)	d.短期研究員		
3.研究代表者	<b>氏</b> 第	長尾 大道							
	所 属	東京大学 職				職	准教授		
	部局名	地震研究所					作致较		
	連絡先								
	e-mail				TEL				
4.研究実施期間	平成 29年 8月 27日 (日曜日) ~平成 29年 8月 30日 (水曜日)								

- 5.参加者数・参加者リスト (\*別紙「共同利用研究報告書作成上の注意」参照)
- (a,b) は参加者数のみ記入し、集会参加者リストを添付. c.の非公開プログラム参加者と d.は参加者リストに記入.
- c.は公開プログラムを含めた全参加者数を記入し、公開プログラム参加者リストを添付.)

#### 参加者数: 7 人

参加者リスト(a,b は記入不要, c.は非公開プログラム参加者, d.は共同研究参加者を記入)

(ふりがな) 氏名	所属	職名	<sup>(ふりがな)</sup> 氏名	所属	職名
長尾 大道	東京大学地震研究所	准教授	小家	九州大学大学院数理学府	大学院生
			から と り 亜斗吏		
伊藤伸一	東京大学地震研究所	特任研究員	おはいわ としのり 半川 聡慶	九州大学大学院数理学府	大学院生
くろかわ たかし 黒河 天	東京大学大学院情報理工学系研究科	大学院生			
羽場智哉	東京大学大学院情報理工学系研究科	大学院生			
ひろせ けい 黄瀬 慧	九州大学 IMI	准教授			

#### 6.本研究で得られた成果の概要

本研究は、震源決定手法の刷新に焦点を当て、超高次元の地震ビッグデータから震源情報を自動的かつ高速に決定するためのアルゴリズム開発を最終目的とする。東京大学地震研究所からの参加者は、地震データ解析アルゴリズムの開発に経験があるが、統計学的なデータ解析手法開発の深いノウハウを持つ九州大学マス・フォア・インダストリ研究所からの参加者との協働により、我が国の地震研究ならびに地震データ解析業務に大きな革新をもたらすことが期待される。

本共同研究において、多変量解析手法や機械学習等の数理科学の専門家との長時間にわたる深い議論を実施したことにより、従来は主に地震学者自身が行ってきた地震研究に必要となる数理的手法の開発を、数理科学者と協働で実施するための意見交換ならびに異分野交流の促進が行われた。将来的に、震源決定の高精度化を達成可能なアルゴリズムを生み出し、地震に対する安心・安全をより高めるための礎を築くことができた。

# 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所 共同利用 「地震ビッグデータに基づく新しい震源決定手法の理論的研究」 公開講演会プログラム

日時: 2017年8月30日(水) 10:00~17:30

場所: 九州大学 マス・フォア・インダストリ研究所 IMI コンファレンスルーム (W1-D-414)

プログラム:

10:00-10:15 開会ならびに趣意説明

長尾 大道 (東京大学地震研究所/東京大学大学院情報理工学系研究科)

#### Opening

Hiromichi Nagao (Earthquake Research Institute / Graduate School of Information Science and Technology, The University of Tokyo)

10:15-10:45 首都圏地震動イメージング

講演者:長尾 大道(東京大学地震研究所/東京大学大学院情報理工学系研究科)

要旨 : 巨大地震発生時の都市の構造物即時被害予測の精度向上を目的に、レプリカ交換モンテカルロ法に基づき、空間的にスパースな地震観測網データから地震波動場を面的に再構成する「地震動イメージング法」を開発した。構造物の即時被害の推定は、スパコンに基づく構造物の応答解析で得られるが、その予測精度は入力となる地震動の精度に依存する。具体的には、約300点もの地震観測点からなる首都圏地震観測網 MeSO-net で得られた地震波形データから、さらに空間密度の高い首都圏の構造物に対する入力地震動の高精度推定を図ることが目的である。レプリカ交換モンテカルロ法に基づいて地下構造および震源に関するパラメータと地上における地震波動場と同時推定し、東京23区内全域における0.9Hz以下の波動場を再構成することに成功した。

Seismic wave field imaging in the Tokyo Metropolitan area, Japan

Speaker: Hiromichi Nagao (Earthquake Research Institute, The University of Tokyo)

Abstract: Long-period ground motions due to large earthquakes can cause devastating disasters, especially in urbanized areas located on sedimentary basins. To assess and mitigate such damage, it is essential to rapidly evaluate seismic hazards for infrastructures, which can be simulated by seismic response analyses that use waveforms at the base of each infrastructure as an input ground motion. The present study reconstructs the seismic wavefield in the Tokyo metropolitan area located on the Kanto sedimentary basin, Japan, from seismograms of the Metropolitan Seismic Observation network (MeSO-net). The obtained wavefield fully explains the observed waveforms in the frequencies less than 0.9 Hz. This is attributed to our seismic wavefield imaging technique, which implements the replica exchange Monte Carlo method to simultaneously estimate model parameters related to the subsurface structure and source information.

10:45-11:15 不確実性評価が可能な4次元変分法データ同化

講演者:伊藤 伸一(東京大学地震研究所)

要旨:4次元変分法は大規模モデルに有用なデータ同化法であるが、推定値の不確実性評価が原理的にできないという問題があった。そこで我々は2nd-order adjoint 法を利用することにより不確実性評価が可能な新しい4次元変分法データ同化法を開発した。我々の手法は一般の自励モデルに対して適用が可能であるため、大規模モデルに基づく地震や津波などのデータ同化研究に有用である。

Four-dimensional variational data assimilation that enables uncertainty quantification

Speaker: Shin-ichi Ito (Earthquake Research Institute, The University of Tokyo)

Abstract: The conventional four-dimensional variational (4DVar) method, which is an effective data assimilation (DA) methodology even in the cases of massive simulation models, cannot evaluate, in principle, uncertainties involved in optimum solutions. We propose a new 4DVar-based DA method that enables us to evaluate the uncertainties by implementing a second-order adjoint method. The proposed method is applicable to general autonomous models such as simulations of seismic wave and tsunami.

11:15-12:15 劣モジュラ関数を用いた構造正則化学習

講演者:河原 吉伸(大阪大学産業科学研究所) 【招待講演】

要旨 : 統計的機械学習において扱うデータ中には、往々にして学習に利用可能な離散構造が存在する場合が多い。代表的なものとしては、変数間のグラフ構造やグループ構造、または階層的構造などが挙げられる。このような構造を正則化学習の枠組みの中で明示的に利用するための方法として、構造正則化学習と呼ばれる一連の方法が知られる。特に、F. Bach(NIPS'10-11)は、機械学習で議論される構造正則化ノルムの多くは、凸的な性質をもつ集合関数である劣モジュラ関数の、連続緩和により表現できることを示している。

本講演では、構造正則化と劣モジュラ性の関係を概説すると共に、この関係から得られるいくつかの学習上の有用性について議論する。特に、劣モジュラ関数のあるサブクラスを構造正則化として用いることで、グラフカットによる極めて高速な学習アルゴリズムが得られることについて述べる。実際、機械学習で扱われる構造正則化のほとんどは、このサブクラスを用いて表現することができる。また、事前分布として同様の構造を表現した際のベイズ的推論についても、その変分推論が最終的には同様の計算に帰着されることについても述べる。本講演の最後では、このような枠組みを遺伝子データの解析や大規模な画像処理、また地理情報データなどへ適用した応用例についても紹介する。

Structured Sparse Learning with Submodular Functions

Speaker: Yoshinobu Kawahara (Osaka University) <Invited>

Abstract: A submodular function is a discrete counterpart of a convex function. In this talk, I first review the relationship between structured sparsity and submodularity and then describe how it is useful in several situations in machine learning. In particular, I describe that, in cases with a large subclass of submodular

functions that are available as structured regularizers, we can apply efficient maximum-flow algorithms to solve learning problems with the regularizers. Also, I show that Bayesian learning with priors for similar structures is reduced to the similar calculation. I finally show several applications in real-world problems with the developed algorithms.

12:15-14:00 昼食休憩/Lunch

14:00-15:00 変化点解析におけるモデル選択理論

講演者:二宮 嘉行(九州大学マス・フォア・インダストリ研究所) 【招待講演】

要旨:変化点問題は、それが様々な分野で必要とされるだけでなく、変化点モデルが慣習的な漸近理論を満たさせない非正則性をもつが故に、長い間研究され続けてきた。本講演では、変化点数に関する尤度比検定の漸近分布論を紹介した後、変化点モデルに対する赤池情報量規準を導出する。

Model selection theory in change-point analysis

Speaker: Yoshiyuki Ninomiya (Institute of Mathematics for Industry, Kyushu University) <Invited>

Abstract: Change-point problems have been studied for a long time not only because they are needed in various fields but also because change-point models contain an irregularity that requires an alternative to conventional asymptotic theory. In this talk, after introducing asymptotic distribution theory about likelihood ratio tests for the number of change-points, we derive Akaike's information criterion for the change-point models.

15:00-15:20 休憩/Break

15:20-15:40 グラフフーリエ主成分分析

講演者:黒河 天(東京大学大学院情報理工学系研究科)

要旨 : 主成分分析はデータを低次元化する手法として広く用いられている。しかし、例えば地震動が複数の観測点で観測されるとき、それらのデータは空間相関を持つため、主成分分析を適用することができない。そこで我々はデータが独立に同一分布に従うとは限らないときに適用可能なグラフフーリエ主成分分析を提案し、同手法が最適な低次元表現を与えることを示す。

Graph Fourier Principal Component Analysis

Speaker: Takashi Kurokawa (Graduate School of Information Science and Technology, The University of Tokyo)

Abstract: A principal component analysis (PCA) is a well-known algorithm of data reductions. However, seismic waves at some observatories are correlated and not covered by the algorithm. This speech proposes a

new PCA, a graph Fourier PCA applicable for data which is not independent or not identically distributed e.g. seismic observations at some points. The new PCA gives an optimal low-dimensional representation of data in a sense.

15:40-16:00 ノンパラメトリックな Hawkes 過程の性質に対する考察

講演者:羽場 智哉(東京大学大学院情報理工学系研究科)

要旨: Hawkes 過程は、過去のイベントの履歴が未来のイベントの発生時刻に影響を与える点過程 モデルである。強度関数をノンパラメトリックに表現することにより、一次統計量および二次統計 量に基づく Hawkes 過程の特徴づけが可能となる。本講演では、過去のイベントの履歴が、地震のマ グニチュードのようなイベントの大きさに与える影響についても考察する。

A study of the characteristics of nonparametric Hawkes process

Speaker: Tomoya Haba (Graduate School of Information Science and Technology, The University of Tokyo) Abstract: Hawkes process is a point process that assumes the history of past events influences the occurrence times of future events. Nonparametric expression of the intensity function enables us to characterize the Hawkes process based on its first- and second-order statistics. We discuss how past events influence the magnitudes of future events in addition to the occurrence times.

16:00-16:20 休憩/Break

16:20-16:40 群の数が多い場合における多群線形判別の改良

講演者:小家 亜斗吏(九州大学大学院数理学府)

要旨:正準判別は高次元空間上の多群データについてクラス同士の分離度を表す群間変動と各群のデータの散らばりを表す群内変動の比が最大となるように次元圧縮する手法である。本講演では、非常に多くの群により構成されるデータの判別に着目した手法を2つ提案する。実データの分析として30群の生物の形質データに対して提案手法を適用した結果を紹介する。

Multi-class linear discriminant analysis in the case of a large number of classes

Speaker: Atori Koie (Graduate School of Mathematics, Kyushu University)

Abstract: The canonical discrimination analysis has been widely used for multi-class classification problems. It projects a high dimensional vector onto a low dimensional space by maximizing the ratio of the between-class variance and the within-class variance. In practice, however, the ordinary canonical discrimination analysis cannot perform well when the number of classes is large. To address this issue, we modify the canonical discrimination analysis in two different ways. We apply our proposed methods to the mouse consomic strain data (30 classes).

16:40-17:10 正則化法によるスパースな共分散推定

講演者:廣瀬 慧(九州大学マス・フォア・インダストリ研究所)

要旨:正則化法によるスパースな共分散推定は、高次元データの変数の関係性を見出すことを目的に近年様々な分野で用いられている。本公演では、スパースグラフィカルモデル、スパース PCA、スパース因子分析を紹介し、それら3つの手法の関連性について述べる。

Sparse covariance estimation via regularization

Speaker: Kei Hirose (Institute of Mathematics for Industry, Kyushu University)

Abstract: Sparse covariance estimation has been widely used in various fields of research. In this talk, we focus our attention to sparse graphical models, sparse PCA, and sparse factor analysis, and then show some relationships among these models.

17:10-17:30 閉会

長尾 大道(東京大学地震研究所/東京大学大学院情報理工学系研究科)

廣瀬 慧(九州大学マス・フォア・インダストリ研究所)

### Closing

Hiromichi Nagao (Earthquake Research Institute / Graduate School of Information Science and Technology, The University of Tokyo)

Kei Hirose (Institute of Mathematics for Industry, Kyushu University)

平成 29 年度 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所 短期共同研究

# 「地震ビッグデータに基づく新しい震源決定手法の理論的研究」 成果報告書

長尾 大道(東京大学地震研究所・研究代表者) 廣瀬 慧(九州大学マス・フォア・インダストリ研究所)

# 1 本短期共同研究の趣旨

我が国は有数の地震多発国であり、2011 年東日本大震災や 2016 年熊本大地震のように、大災 害を伴う大地震に見舞われてきた。1995 年阪神・淡路大震災以降は、世界的にも極めて稀有な大 規模地震観測網が整備され、全国 1,000 ヶ所以上の地震計による地震活動の常時監視が可能となった。これにより、地震発生直後に震源情報と震度分布を伝える「地震速報」の精度が大幅に向上し、地震波到達時刻を予報する「緊急地震速報」が確立された。現在では、毎日 100 ギガバイトにおよぶ地震データが蓄積されているが、今後は従来の地震計による高品質データに加え、スマートフォン等に搭載されている加速度計による低品質データを含めた地震ビッグデータの活用が期待されている。地震データ解析の際には、発震時刻前後のデータのみが偏重して用いられる等、データが持つ情報が十分に活用されているとは言い難い。また気象庁等では、数十年前に確立された一変量自己回帰モデルに基づく地震検出法がいまだに用いられている [1]。これによる弊害も起こっており、例えば 2013 年夏に起こった緊急地震速報の誤報は、ある観測点に混入した大きなノイズが原因であると考えられており、観測点間の空間相関を考慮した多変量解析を行っていれば、未然に防げた可能性が高い。

本短期共同研究では、震源決定手法の刷新に焦点を当て、多変量解析手法や機械学習等を用いて超高次元の地震ビッグデータから震源情報を自動的かつ高速に決定するためのアルゴリズムの開発について議論する。長尾と廣瀬は、首都圏に約300点の地震観測点を持つ首都圏地震観測網MeSO-netから、スパースモデリングに基づいて地震発生直後の地震波動場を再構成する共同研究を実施した経験がある[2]。しかしながら、データのみに基づくモデリング方法では、求められる推定精度が得られないことが分かったため、長尾研究室では、レプリカ交換モンテカルロ法[3]に基づいて物理モデルとデータを融合することによって、震源と波動場を同時推定する手法を編み出し、推定精度を向上させることに成功した[4,5]。一方で、廣瀬研究室では、高次元データに対する関数データ解析や、グラフを使った非線形クラスタリング、スパースモデリング[6,7]や重み付き正準判別などの最新の多変量解析手法の研究開発に取り組んでおり、長尾研究室と廣瀬研究室の両者が再び協働することにより、数理科学の観点から我が国の地震研究ならびに地震データ解析業務に革新をもたらすきっかけとなることが期待される。

本短期共同研究は、平成 29 年 8 月 27 日から 30 日までの 4 日間、九州大学マス・フォア・インダストリ研究所において開催し、初日から 3 日目までは長尾研究室と廣瀬研究室による非公開の合同研究集会、最終日は公開のシンポジウムとした。合同共同研究ならびに公開シンポジウムの概要を第 2 節で、そこで得られた研究成果を第 3 節で報告する。





図 1: 合同研究集会の様子.

# 2 本短期共同研究の概要

#### 2.1 合同研究集会

8月27日から29日までの3日間にわたり,長尾研究室と廣瀬研究室による合同研究集会を,ウェスト1号館D棟中セミナー室において,非公開にて実施した(図1)。参加者は,組織委員である長尾と廣瀬のほか,長尾研究室の研究員1名と大学院生2名,および廣瀬研究室の大学院生2名の,計7名であった。研究テーマについて率直な意見交換を行い,かつ独創的なアイデアを出し合うため,本集会は非公開とした。

おおよその実施内容は、以下の通りである。

#### 8月27日(1日目):

本短期共同研究の目標ならびに計画を確認し、それぞれの研究室ならびに各自の役割分担について議論した。

#### 8月28日(2日目):

自由に議論しながら、各自の研究を集中的に進めた。廣瀬研究室メンバーは、主に解析手法の 考案を行い、長尾研究室メンバーは、主にその手法を実データへ適用するためのプログラム開発 を行った。夕方以降に各自の成果について報告し、全体で議論を行った。

#### 8月29日(3日目):

2 日目と同様に、各自で集中的に研究を行い、夕方以降にそれぞれの成果を報告した。翌日の公開シンポジウムに向け、発表内容とその準備について議論した。

#### 2.2 公開シンポジウム

前日までの研究集会での各班の成果を融合し、地震ビッグデータに基づく新しい震源決定法の 開発に向けた総合討論を行うため、8月30日に、ウェスト1号館D棟IMIコンファレンスルームにて、公開シンポジウムを開催した(図2)。参画者以外からも広く意見を募って、本研究のさらなる発展を目指すため、本シンポジウムは公開とした。前日までの合同研究集会の参加者による成果報告のほか、招待講演として、大阪大学産業科学研究所の河原吉伸准教授には、劣モジュラ関数を用いた構造正則化学習について、九州大学マス・フォア・インダストリ研究所の二宮嘉行准教授には、変化点解析におけるモデル選択理論についてご講演頂いた。





図 2: 公開シンポジウムの様子.

### 3 本短期共同研究の成果

本短期共同研究によって得られた成果について、以下に記載する。

#### 3.1 首都圏地震動イメージング

我々は、巨大地震発生時の都市の構造物即時被害予測の精度向上を目的に、レプリカ交換モンテ カルロ法(以下,交換法)に基づき、空間的にスパースな地震観測網データから地震波動場を面的 に再構成する「地震動イメージング法」を開発した [4]。構造物の即時被害の推定は、スパコンに 基づく構造物の応答解析で得られるが、その予測精度は入力となる地震動の精度に依存する。地 震動イメージングの具体的なターゲットとしては、約300点もの地震観測点からなる首都圏地震 観測網 MeSO-net で得られた地震波形データであり、さらに空間密度の高い首都圏の 100 万オー ダーの棟数の構造物に対する入力地震動の高精度推定を図ることが目的である。我々は,これま でに lasso (least absolute shrinkage and selection operator) [8] に基づく地震動イメージング法を 提案したものの、必ずしも良い結果が得られたとは言いがたかった [2]。これは、一切の物理法則 を用いることなく、データのみからモデリングを行ったためと考えられ、やはりモデルとデータ の両面からのアプローチが重要である。そこで、物理モデルとして、3層と半無限層からなる地 下構造モデルを導入し、地上における地震波動場と同時に、各層における地震波速度と層厚、さ らには震源の位置、発震時刻、およびマグニチュードを未知パラメータに加えて推定することに した。このような水平成層構造の場合、与えられた震源および地下構造に関するパラメータ m に 対する地上での応答波動場  $x_t(m)$  を解析的に計算することが可能であり,それと観測データ  $Y_{\tau}$ が最も良く適合するような m を探索する一種のデータ同化の問題となる。ここでは、パラメータ m に関する事前分布, ならびに理論波形と観測波形の適合度を示す尤度を

$$p(\boldsymbol{m}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{N_m}|\Sigma_{\boldsymbol{m}}|}}$$

$$\times \exp\left(-\frac{(\boldsymbol{m}-\boldsymbol{m}_0)^{\top}\Sigma_{\boldsymbol{m}}^{-1}(\boldsymbol{m}-\boldsymbol{m}_0)}{2}\right)$$

$$p(Y_{\tau}|\boldsymbol{m}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{\tau}|\Sigma_d|}}$$

$$\times \prod_{t=1}^{\tau} \exp\left(-\frac{(\boldsymbol{y}_t-\boldsymbol{x}_t)^{\top}\Sigma_d^{-1}(\boldsymbol{y}_t-\boldsymbol{x}_t)}{2}\right)$$
(2)

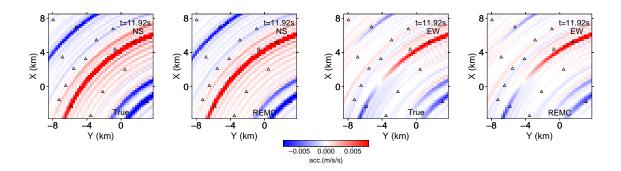


図 3: 地震動イメージングの数値実験. 加速度の南北成分(左2つ)および東西成分(右2つ)について, 地震発生後 11.92 秒後における真の波動場(左)とレプリカ交換モンテカルロ法によって得られた事後分布を最大にするサンプルから再構成された地震波動場(右).

で定義する。ここに、 $N_m$  は未知パラメータの個数、 $m_0$  および  $\Sigma_m$  は、それぞれ事前分布の平均ベクトルおよび分散共分散行列である。これらを用いて、事後分布を

$$p(\boldsymbol{m}|Y_{\tau}) \propto p(Y_{\tau}|\boldsymbol{m})p(\boldsymbol{m})$$
 (3)

と構成することができる。

ここでの目的は、マルコフ連鎖モンテカルロ(MCMC)法に基づき、この事後分布をモンテカルロ近似する実現値(サンプル)の集合を得ることである。MCMC 法は、与えられた  $x=x_0$  に対する関数値  $p(x_0)$  を計算することは可能であるが、関数形を陽に与えることが困難な確率密度関数 p(x) からのサンプルを得るための手法であり、代表的な手法としてはメトロポリス法がある。しかしながら、(3) 式で与えられる事後分布は、実はかなりの多峰性を持っていることが簡単な数値実験によって分かっており [4]、通常のメトロポリス法では局所最適解から抜け出すことが非常に困難である。そこで本研究では、メトロポリス法の並列版とも言える交換法の採用により、多峰性をもつ事後分布から効率的にサンプルが得られるようにした。

事後分布を最大にするサンプルから再構成された地震波動場を図 3 に示す。地震動イメージングの結果は、真の波動場とほぼ一致することが分かる。我々の目的は、構造物の応答解析に必要な入力地震動を得ることであったが、数値モデルと観測データを交換法によって融合するデータ同化手法は、真の波動場を再構成するために非常に強力な手法であることが示された。

#### 3.2 不確実性評価が可能な 4 次元変分法データ同化

データ同化はシミュレーションモデルと観測データをベイズ統計学を用いて融合する計算基盤技術であり、天気予報や台風の進路予測などの定量的な将来予測を可能にする [9,10]。もともとは気象・海洋分野で発展してきたが、原理的に広く一般の科学分野に用いることができるため、近年その有用性が認知されはじめ、材料科学分野や固体地球科学へも適用されはじめている。さらに、データ同化では、ただ推定を行なうだけでなく、その推定値の不確実性を併せて評価することが可能であり、それが本来の目的とも言える。推定値の不確実性を端的に表す身近な例として、台風の進路予測図があげられる。この場合、推定値は台風の中心で、そのまわりの予報円が不確実性を表す。台風の進路予測同様、定量的な将来予測のためには、推定を行なうだけでは不十分であり、不確実性を評価することでより多くの情報を得ることができる。

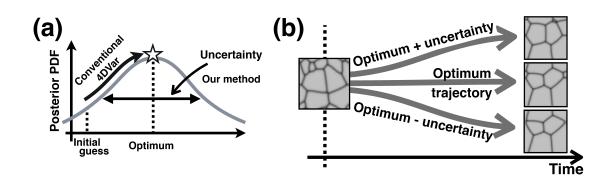


図 4: (a) 従来型の 4 次元変分法と提案手法による不確実性評価. (b) 状態の将来予測への不確実性伝搬の評価.

データ同化は逐次型と非逐次型に大別され,アンサンブルカルマンフィルタ [11, 12] や粒子フィルタ [13, 14] 等に基づく逐次データ同化は,さまざまな科学分野で用いられている。しかし,自由度(モデル変数の数 + パラメータの数)を N,変数の時系列を 1 回計算するのに必要な計算量を C とすると,一般に推定および不確実性評価に必要な計算量は, $e^{O(N)} \times O(C)$  となるため,シミュレーションモデルの規模が大きくなると評価が難しくなる。一方で,非逐次データ同化法である 4 次元変分法 [15, 16] は,推定に必要な計算量を O(C) に抑えることができるため,大規模シミュレーションモデルに適している。しかし,従来の 4 次元変分法の枠組みで推定値の不確実性を評価することは原理的に不可能であるため,逐次データ同化法と組み合わせる等のさまざまなアドホックな工夫を凝らすことにより,不確実性の評価を行なっていた。そこで我々は,その問題を解決するために,2nd-order adjoint 法 [17] という計算法を利用して,大規模なシミュレーションモデルに対しても高速かつ高精度な不確実性評価を可能にするアルゴリズムを開発した [18]。

具体的には、事後分布を 4 次元変分法で得られた最適推定値まわりで Laplace 近似により多変量正規分布に近似する。この操作により、事後分布の分散共分散行列を、コスト関数のモデル変数ベクトルによる 2 階微分行列(ヘッセ行列)の逆行列で近似することができる。このとき、ヘッセ行列の逆行列はモデルの自由度の 2 乗の要素をもつ大規模行列になるため、その全ての要素を評価することは困難であるが、事後分布を多変量正規分布に近似したことにより、ある 1 つの要素の分散のみに注目した場合には、ヘッセ逆行列の対角成分のみを評価すればよいことがわかる。つまり、ある 1 つの要素の分散を評価する場合には、ヘッセ逆行列の要素を全て評価する必要はない。2nd-order adjoint 法はこの要素抽出を効率的に行なうために用いることができる。直接ヘッセ逆行列を評価すると必要な計算量は  $O(CN^2+N^3)$  となるが、我々の開発したアルゴリズムは、1 要素あたりの不確実性評価にかかる計算量は O(C) に抑えることができる。このアルゴリズムにより、従来のアドホックな操作に頼ることなく、4 次元変分法で一貫した推定・不確実性評価が可能になった(図 4(a))。

本短期共同研究では、さらにこの手法の高度化を行なった。我々の手法はモデル変数の初期値に対する不確実性評価法であるが、その得られた不確実性が未来の状態の予測へどの程度影響するかは未知であった。この未来の状態予測への影響を評価することにより、予測の高精度化・観測へのフィードバック等へ利用できるため、その評価法を確立することは喫緊の課題である。不確実性の伝搬を評価するためには、事後分布の時間発展を計算する必要がある。しかしその計算量は $e^{O(N)} \times O(C)$ となるため、事後分布の直接評価は現実的ではない。そこで我々は、事後分布を直接評価しない代わりに、事後分布を最大にする解 (maximizer) の時間発展を考えることで、計算量を劇的に抑える計算手法を開発した [19]。具体的には本提案手法では、まず、事後分布の変数

をモデル変数  $\mathbf{Z}_t$  とパラメータ変数  $\boldsymbol{\theta}$  に分解する。そして、パラメータ変数の推定・不確実性評価を前節の手法により行ない、最適推定値  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  とその不確実性  $\delta\hat{\boldsymbol{\theta}}$  を得る。それらを用いて、3 つの条件つき分布  $p(\mathbf{Z}_t|\hat{\boldsymbol{\theta}}), p(\mathbf{Z}_t|\hat{\boldsymbol{\theta}}\pm\delta\hat{\boldsymbol{\theta}})$  の時間発展を計算する。 $\mathbf{Z}_t$  の次元が大きいためにこれらの分布の時間発展を直接評価することは困難であるが、それらの maximizer の時間発展はそれぞれ計算量 C で計算できる。これらの時間発展を追うことで、パラメータの不確実性がモデル変数の時間発展に及ぼす影響を定量的に評価することが可能となる(図  $4(\mathbf{b})$ )。パラメータの数を  $N_{\theta}$  とすると必要な計算量は、 $N_{\theta}=1$  の時には 3C で、1 パラメータ増えるごとに組み合わせが指数的に増えるため、全パラメータの影響を調べるのに必要な計算量は、 $e^{O(N_{\theta})}\times O(C)$  と評価できる。パラメータの数がモデル変数よりも少ない場合には、事後分布の直接評価に比べて、圧倒的に計算量を軽減できる。

我々の手法は、一般の自励系モデルに対して適用が可能であるため、浅水方程式などの津波モデルや、断層運動を取り扱う弾性体モデルなど、固体地球科学で用いられる様々な大規模シミュレーションモデルに応用できる。我々の手法がそれらのモデルに適用されることで、地震震源決定の高精度化や観測点配置の最適化など固体地球科学に資する研究に発展していけば幸いである。

### 3.3 グラフフーリエ主成分分析

サンプル間に構造の入ったデータは様々な場面で現れる。例えば、各地に点在する地震計の観測は一般に互いに独立ではなく、そのようなデータの一例になっている。サンプル間の構造を無向グラフで表すとき、データをグラフの頂点の上で定義される関数とみなすことができる。これをグラフ信号といい、グラフ信号を扱う信号処理をグラフ信号処理という。近年、通常の信号処理の様々な手法や概念を、グラフ信号処理の枠組みに拡張する研究がなされてきた。グラフフーリエ変換 [20]、窓付きグラフフーリエ変換 [21]、グラフウェーブレット変換 [22]、グラフ信号のフィルタリング [23, 24]、グラフ信号の弱定常性 [25] などはそうした研究の成果である。

グラフ信号のフィルタリングとは,入力信号をグラフフーリエ変換によってスペクトル領域に移し,周波数応答を乗じて,グラフフーリエ逆変換によって頂点領域に戻したものを出力信号とする操作である。入力信号がp次元のとき,周波数応答が $q \times p$ 行列ならば,出力信号はq次元になる。このことに着目すると,フィルタリングによって高次元グラフ信号を低次元化することができる。我々はそのようなフィルタのうち,最良のフィルタを構成した。すなわち,低次元化されたグラフ信号を別のフィルタを用いて再び高次元化するとき,元の信号との誤差を最小にする圧縮フィルタ・復元フィルタの組を求めた。この最良フィルタリングは,スペクトルを周波数ごとに主成分分析する操作と等価であるため,グラフフーリエ主成分分析と呼ぶことにする。

本短期共同研究では,数値実験を通してグラフフーリエ主成分分析の性能を確認した。具体的には,ネットワークグラフ上に弱定常なグラフ信号を発生させ,通常の主成分分析(既存手法)とグラフフーリエ主成分分析(提案手法)のそれぞれで圧縮・復元して復元誤差を比較した。ここで通常の主成分分析とは,グラフ信号の背後にあるグラフ構造を無視して,頂点数個の独立なデータとみなして主成分分析を適用することを指す。実験の結果,頂点数が元信号の次元数に比べて十分大きければ,グラフフーリエ主成分分析は通常の主成分分析を優越することがわかった(図 5)。また,p次元グラフ信号を 1次元,2次元, $\cdots$ , p次元に圧縮するとき,復元誤差は次第に小さくなり,最後はゼロになる。特に p次元グラフ信号を p/2次元程度に圧縮するとき,グラフフーリエ主成分分析は通常の主成分分析を大きく優越していた。加えて,訓練信号とテスト信号を分けて同様の実験を行った。すなわち,圧縮器および復元器を訓練信号に基づいて構成し,それを用いてテスト信号を圧縮・復元して復元誤差を評価した。この実験では通常の主成分分析(手法 A),

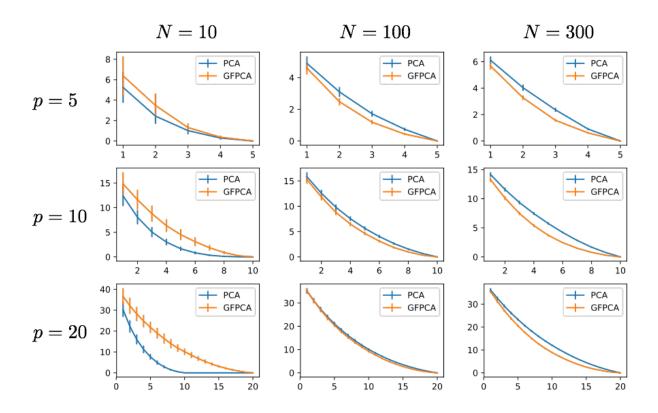


図 5: 数値実験 1. N は頂点数, p は元信号の次元数. 各グラフの横軸は圧縮後の次元数, 縦軸は復元誤差.

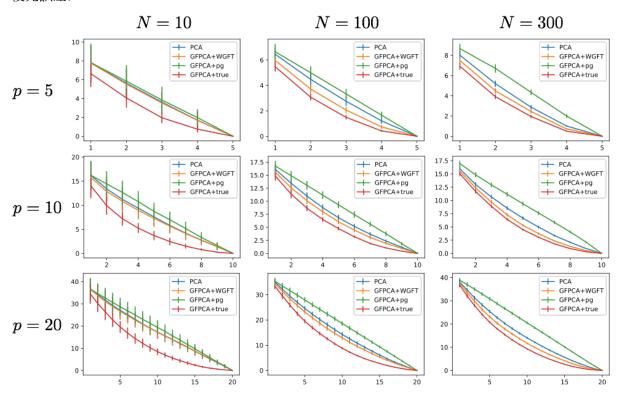


図 6: 数値実験 2. N は頂点数, p は元信号の次元数. 各グラフの横軸は圧縮後の次元数, 縦軸は復元誤差.

真のスペクトル密度行列を既知とするグラフフーリエ主成分分析(手法 B), ピリオドグラムで推定したスペクトル密度行列 [25] に基づくグラフフーリエ主成分分析(手法 C), 窓付きグラフフーリエ変換で推定したスペクトル密度行列 [26] に基づくグラフフーリエ主成分分析(手法 D)の 4 手法を比較した。頂点数と元信号の次元数を変えながら実験を行ったところ,全ての場合に手法 B, D, A, C の順に性能がよかった(図 6)。

#### 3.4 Hawkes 過程の特徴づけと強度関数のノンパラメトリック推定

地震の発生といった突発的に起こるイベントの確率的なふるまいを記述する手法として点過程 がある。また点過程を考えるにあたって時刻の情報だけでなく何らかの特徴量を導入することが ある。この特徴量をマークと呼び、データが時刻とマークの情報を持つような点過程をマーク付き 点過程と呼ぶ。それぞれの地震は全く独立しているわけではなく,過去の地震が将来の地震の発生 を促進していると考えられる。このように過去のイベントが将来のイベントの発生を促進する点 過程として Hawkes 過程がある [27]。実用上は 1 つの Hawkes 過程を考えるのではなく,相関を 持つ複数の Hawkes 過程を同時に扱うことが考えられる。このとき1つの Hawkes 過程における イベントは同一の Hawkes 過程だけでなく、異なる Hawkes 過程においてもイベントの発生が促 進されることとなる。このような Hawkes 過程を多変量 Hawkes 過程と呼ぶ (図 7)。点過程を特 徴づける量として、微小時間にどれだけイベントが発生するかを表す強度関数というものがあり、 多変量 Hawkes 過程において強度関数は過去のイベントによらない項と過去のイベントの影響を 表す項からなる。Bacry and Muzy [28] では多変量 Hawkes 過程の強度関数に現れるカーネルが データの平均と分散を用いて一通りに定められることが示されている。多変量 Hawkes 過程を考 えるうえで重要なのは過去のイベントの時刻やマークが将来のイベントの時刻やマークに与える 影響である。Bacry and Muzy では過去のイベントの時刻とマークが将来のイベントの時刻にのみ 影響を与えるモデルを想定し,強度関数をノンパラメトリックに推定した。しかし現実的には過 去のイベントの時刻とマークは将来のイベントの時刻とマークの両方に影響を与えると考えられ る。本短期共同研究では過去のイベントの時刻とマークが将来のイベントの「マーク」に与える 影響について文献を調査した。Rasmussen [29] ではマークの分布を過去のイベントの時刻とマー クにより条件づけられた確率密度関数でパラメトリックに表現し、そのパラメータをメトロポリ ス法により推定した。しかし 1 変量 Hawkes 過程しか扱っていないため今後, 多変量 Hawkes 過 程のマークについて研究する必要がある。

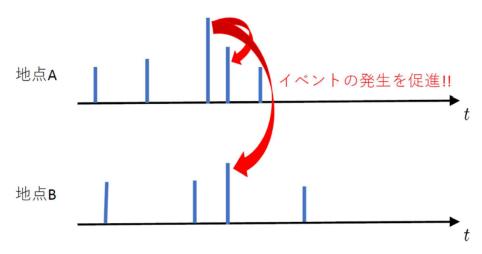


図 7: 2 変量 Hawkes 過程. 縦棒の位置がイベントの発生時刻, 長さがマークを表している. 地点 A でのイベントの発生が, 地点 A, B でのイベントの発生を促進している.

#### 3.5 群の数が多い場合における多群線形判別

多くの群により構成されるデータの判別に着目した線形判別手法について考える。正準判別は、p次元の多群データについて群同士の分離度を表す群間変動と各群のデータの散らばりを表す群内変動の比が最大となるように射影行列  $T \in \mathbb{R}^{k \times p}$  を決定し、k次元に次元圧縮することにより多群の判別を行う手法である。g 個の群を持つ p次元学習データ  $G_j: \boldsymbol{x}_1^{(j)}, \boldsymbol{x}_2^{(j)}, \dots, \boldsymbol{x}_{n_j}^{(j)}$   $(j=1,2,\dots,g)$  に対して、正準判別は以下の最適化問題に帰着される。

$$\max_{T \in \mathbb{R}^{k \times p}} \operatorname{tr}\left( (TWT^{\top})^{-1} (TBT^{\top}) \right).$$

ここで, $B = \sum_{j=1}^g n_j (\bar{x}_j - \bar{x}) (\bar{x}_j - \bar{x})^\top$  は群間変動行列, $W = \sum_{j=1}^g \sum_{i=1}^{n_j} (x_i^{(j)} - \bar{x}_j) (x_i^{(j)} - \bar{x}_j)^\top$  は群内変動行列, $\bar{x}_j$  は群 j 属するデータの平均, $\bar{x}$  は学習データの平均を表す。この最適化問題の解  $\hat{T}$  は, $W^{-1}B$  の固有値  $\lambda_1 \geq \ldots \geq \lambda_p \geq 0$  に対応する固有ベクトル  $\xi_1, \ldots, \xi_p$  を用いて, $\hat{T} = (\xi_1, \ldots, \xi_k)^\top$  で得られる。射影行列  $\hat{T}$  により  $z_i^{(j)} = \hat{T} x_i^{(j)}$  の k 次元データに次元圧縮する。 提案手法 1 は,正準判別における群間変動行列 B について判別が困難である群同士では大きい重みを付加する重み付き群間変動行列 B に置き換えた手法である。

$$\tilde{B} = \sum_{k \neq l} w_{kl} \frac{n_k n_l}{n} (\bar{\boldsymbol{x}}_k - \bar{\boldsymbol{x}}_l) (\bar{\boldsymbol{x}}_k - \bar{\boldsymbol{x}}_l)^{\top} \quad (w_{kl} : \boldsymbol{\mathbb{E}} \boldsymbol{\mathcal{A}}) .$$

提案手法 2 は、学習データまたは各群の平均  $\bar{x}_j$  についてクラスタリングを行い、学習データを K 個のクラスターに分割する。クラスタリング後、各クラスタに属する学習データに対して最適な射影行列を求めることにより次元圧縮を行う。

本短期共同研究では,上述した 2 つの提案手法を 30 群からなる生物の形質データに適用し,提案手法の評価を行なった。正準判別による誤判別率が 77.9 % となるのに対して,提案手法 1 では,誤判別率が 69.6 % まで低下することが確認された。また,提案手法 2 では,クラスター数が K=8 において誤判別率が 61.7 % まで低下することが確認された。

### 4 総括

本短期共同研究では、最新のビッグデータ解析手法を実際の地震データ解析に活かすための理論的戦略を立案した。本短期共同研究を推進することにより、従来は主に地震学者自身が行ってきた地震研究に必要となる数理的手法の開発を、数理科学者と協働で実施するという異分野交流の促進が期待できる。また、震源決定の高精度化を達成可能なアルゴリズムを生み出すことにより、地震に対する安心・安全をより高めることができれば、日本社会へ大きな貢献をすることは明白である。

### 謝辞

大阪大学産業科学研究所の河原吉伸准教授と、九州大学マス・フォア・インダストリ研究所の 二宮嘉行准教授には、ご多忙の中、公開シンポジウムにて招待講演をして頂いた上、今後、本短 期共同研究の内容を推進する上で、極めて貴重なご意見を頂いた。本短期共同研究は、九州大学 マス・フォア・インダストリ研究所の共同利用経費の支援を受けて実施された。この場を借りて、 感謝の意を記す。

# 参考文献

- [1] 溜渕功史,森脇健,上野寛,東田進也,ベイズ推定を用いた一元化震源のための自動震源推定法,験震時報,Vol. 79, pp. 1-13, 2016.
- [2] Mizusako, S., H. Nagao, M. Kano, K. Hirose, and M. Hori, Imaging ground motions in the Tokyo metropolitan area based on MeSO-net using lasso, Abstracts of American Geophysical Union Fall Meeting, Moscone Convention Center, San Francisco, USA, 2014.
- [3] Hukushima, K. and K. Nemoto, Exchange Monte Carlo method and application to spin glass simulations, *J. Phys. Soc. Jpn.*, Vol. 65, pp. 1604-1608, 1996.
- [4] Kano, M., H. Nagao, D. Ishikawa, S. Ito, S. Sakai, S. Nakagawa, M. Hori, and N. Hirata, Seismic wavefield imaging based on the replica exchange Monte Carlo method, *Geophys. J. Int.*, Vol. 208, pp. 529–545, doi:10.1093/gji/ggw410, 2017.
- [5] Kano, M., H. Nagao, K. Nagata, S. Ito, S. Sakai, S. Nakagawa, M. Hori, and N. Hirata, Seismic wavefield imaging of long-period ground motion in the Tokyo Metropolitan area, Japan, J. Geophys. Res. Solid Earth, Vol. 122, doi:10.1002/2017JB014276, 2017.
- [6] Hirose, K. and M. Imada, Sparse factor regression via penalized maximum likelihood estimation, Statistical Papers, doi:10.1007/s00362-016-0781-8, 2016.
- [7] 廣瀬慧, スパースモデリングとモデル選択, 電子情報通信学会誌, Vol. 99, No. 5, pp. 392-399, 2016.
- [8] Tibshirani, R., Regression shrinkage and selection via the lasso, *Journal of the Royal Statistical Society. Series B*, Vol. 58, Issue 1, pp. 267–288, 1996.
- [9] 樋口知之,上野玄太,中野慎也,中村和幸,吉田亮,データ同化入門 次世代のシミュレーション技術 —,朝倉書店,2011.
- [10] 淡路敏之,蒲地政文,池田元美,石川洋一,データ同化 観測・実験とモデルを融合する イノベーション —, 京都大学学術出版会, 2009.
- [11] Houtekamer, P. L. and H. L. Mitchell, Data assimilation using an ensemble Kalman filter technique, *Mon. Weahter Rev.*, Vol. 126, No. 3, pp. 796–811, 1998.
- [12] Evensen, G., The ensemble Kalman filter: theoretical formulation and practical implementation, *Ocena Dyn.*, Vol. 53, No. 4, pp. 343–367, 2003.
- [13] Doucet, A., S. Godsill, and C. Andrieu, On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering, *Stat. Comput.*, Vol. 10, No. 3, pp. 197–208, 2000.
- [14] Kitagawa, G., Introduction to Time Series Modeling, CRC Press, 2010.
- [15] Le Dimet, F. X. and O. Talagrand, Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations: theoretical aspects, *Tellus A*, Vol. 38A, No. 2, pp. 97–110, 1986.

- [16] Talagrand, O and P. Courtier, Variational assimilation of meteorological observations with the adjoint vorticity equation. I: theory, Q. J. R. Meteorol. Soc., Vol. 113, No. 478, pp. 1311– 1328, 1987.
- [17] Le Dimet, F. X., I. Navon, and D. N. Daescu, Second-order information in data assimilation, *Mon. Weather Rev.*, Vol. 130, No. 3, pp. 629–648, 2002.
- [18] Ito, S., H. Nagao, A. Yamanaka, Y. Tsukada, T. Koyama, M. Kano, and J. Inoue, Data assimilation for massive autonomous systems based on a second-order adjoint method, *Phys. Rev. E*, Vol. 94, 043307, doi:10.1103/PhysRevE.94.043307, 2016.
- [19] Ito, S., H. Nagao, T. Kasuya, and J. Inoue, Grain growth prediction based on data assimilation by implementing 4DVar on multi-phase-field model, Science and Technology of Advanced Materials, Vol. 18, Issue 1, pp. 857–869, doi:10.1080/14686996.2017.1378921, 2017.
- [20] Taubin, G., A signal processing approach to fair surface design, Proceedings of ACM SIGGRAPH '95 Computer Graphics Conference, pp. 351–358, doi:10.1145/218380.218473, 1995.
- [21] Shuman, D. I., B. Ricaud, and P. Vandergheynst, Vertex-frequency analysis on graphs, *Applied and Computational Harmonic Analysis*, Vol. 40, No. 2, pp. 260–291, doi:10.1016/j.acha.2015.02.005, 2016.
- [22] Hammond, D. K., P. Vandergheynst, and R. Gribonval, Wavelets on graphs via spectral graph theory, *Applied and Computational Harmonic Analysis*, Vol. 30, No. 2, pp. 129–150, doi:10.1016/j.acha.2010.04.005, 2011.
- [23] Zhang, F. and E. R. Hancock, Graph spectral image smoothing using the heat kernel, Pattern Recognition, Vol. 41, No. 11, pp. 3328–3342, doi:10.1016/j.patcog.2008.05.007, 2008.
- [24] Grady, L. J. and J. R. Polimeni, Discrete Calculus, Springer, 2010.
- [25] Segarra, S., A. G. Marques, G. Leus, and A. Ribeiro, Stationary graph processes: Non-parametric power spectral estimation, *Proceedings of IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop*, 2016.
- [26] N. Perraudin and P. Vandergheynst, Stationary signal processing on graphs, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 65, No. 13, pp. 3462–3477, doi:10.1109/TSP.2017.2690388, 2017.
- [27] Hawkes, A. G., Spectra of some self-exciting and mutually exciting point processes, *Biometrika*, Vol. 58, pp. 83–90, 1971.
- [28] Bacry, B. and J. Muzy, First- and second-order statistics characterization of Hawkes processes and non-parametric estimation, *IEEE Transaction on Information Theory*, Vol. 62, pp. 2184–2202, 2016.
- [29] Rasmussen, J. G., Bayesian inference for Hawkes processes, Methodology and Computing in Applied Probability, Vol. 15, pp. 623–642, 2013.