

# 平成29年度 共同利用研究報告書

平成30年3月30日

九州大学 マス・フォア・インダストリ研究所長 殿

所属・職名 島根大学生物資源科学部・助教

提案者 氏名 (ふりがな) 吉岡 よしおか 秀和 ひでかず

下記の通り共同研究の報告をいたします。 記

		※整理番号	20170016			
1.研究計画題目	魚群の回遊過程で最小化される目的関数の導出と解析					
2.種別 (○で囲む)	a. 研究集会 I		b. 研究集会 II		c. 短期共同研究 <b>ⓓ. 短期研究員</b>	
3.研究代表者	氏名 <small>(ふりがな)</small>	吉岡 <small>よしおか</small> 秀和 <small>ひでかず</small>				
	所属 部局名	島根大学 生物資源科学部			職名	助教
	連絡先					
	e-mail			TEL		
4.研究実施期間	平成29年7月25日(火曜日)～平成29年7月28日(金曜日)等					

5.参加者数・参加者リスト (\*別紙「共同利用研究報告書作成上の注意」参照)

(a,b は参加者数のみ記入し, 集会参加者リストを添付. c.の非公開プログラム参加者と d.は参加者リストに記入. c.は公開プログラムを含めた全参加者数を記入し, 公開プログラム参加者リストを添付.)

参加者数: \_\_\_\_\_ 人

参加者リスト (a,b は記入不要, c.は非公開プログラム参加者, d.は共同研究参加者を記入)

氏名 <small>(ふりがな)</small>	所属	職名	氏名 <small>(ふりがな)</small>	所属	職名
白井 <small>しらい</small> 朋之 <small>ともゆき</small>	九州大学・マス・フォア・インダストリ研究所	教授			
田上 <small>たがみ</small> 大助 <small>だいすけ</small>	九州大学・マス・フォア・インダストリ研究所	准教授			

6.本研究で得られた成果の概要

<p>本課題では、アユ等の回遊魚に代表される、群れをなした大移動を行う内水面水産資源の動態予測に資することを目的とした、魚群がいつ、河川水系のどこを、どう回遊するかという、巨視的動態を効率的に与えるミニマルモデルの基盤づくりを目指した。以下に、本研究の成果を列挙する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ 混合最適化制御問題に依拠して河川における魚群回遊を記述する変分不等式に関する数学解析を、平成27, 28年度の短期研究員から引き続き進めることが出来た。</li> <li>✓ また、これに並行し、ペナルティ法を併用した変分不等式に対する有限差分法の提案ならびに精度の検証を行った。</li> <li>✓ 魚群内の魚類個体の相互作用を理論的に検討し、現実に見られる楕円型の魚群形状と整合する目的関数を、材料工学という一見全く関係がない研究分野のモデルにアイデアを得て定式化した。また、その最小化として生じる巨視的な魚群回遊を支配する輸送方程式を導いた。</li> </ul>
--

## 共同利用研究報告書作成上の注意

平成 29 年 6 月

九州大学マス・フォア・インダストリ研究所

共同利用研究報告書は、IMI ウェブページ ([http://www.imi.kyushu-u.ac.jp/joint\\_researches](http://www.imi.kyushu-u.ac.jp/joint_researches)) よりログインの上提出してください。提出にあたっては、以下の書類を作成し、添付してください。

すべての研究につき、本ファイル 1 ページ目の「平成 29 年度 共同利用研究報告書」を必ず作成・添付してください。

### (1) 研究集会 I および研究集会 II

- ・本ファイル 1 ページ目の「平成 29 年度 共同利用研究報告書」
- ・プログラム
- ・A4 サイズ 1-2 枚の成果報告書（様式自由）
- ・参加者リスト - 集会の際に参加者が記入した名簿の写しでも可

### (2) 短期共同研究

- ・本ファイル 1 ページ目の「平成 29 年度 共同利用研究報告書」
- ・プログラム
- ・A4 サイズ 10 枚程度の成果報告書（様式自由）  
（これまでの研究経過なども踏まえて可能な限り具体的に）
- ・参加者リスト - 集会の際に参加者が記入した名簿の写しでも可

### (3) 短期研究員

- ・本ファイル 1 ページ目の「平成 29 年度 共同利用研究報告書」
- ・A4 サイズ 5 枚程度の成果報告書（様式自由）

※IMI 共同利用研究事業に関する感想，コメント，要望，ご意見やその他お気づきの点がありましたら，以下の欄にご自由に記入下さい。企画・運営の今後の参考にさせていただきます。

とくにございません。大変お世話になりました。

## ●本報告書の公開ポリシーについて

本報告書は、住所、連絡先など個人情報に関わる部分を除き、原則としてウェブページなどを通じて公表されます。ただし、3年間程度を限度として公開を遅らせることができます。公開を遅らせたい場合や、産業数学の先進的・基礎的共同研究拠点運営委員会での開示には同意するが、研究所外部には報告書の一部を非公開としたいなどの場合は、拠点事務にご相談ください。

## ●謝辞に関するお願い

文部科学省からの指導により、今後、共同利用研究から得られた成果を公表する場合、必ず謝辞を入れていただくようお願い致します。

例えば、文例として以下のようなものが考えられます。ご参考になさってください。

### 【日本語】

本研究は平成 29 年度 IMI 共同利用研究 短期共同研究「〇〇△△」の支援を受けた。

本研究は平成 29 年度 IMI 共同利用研究 短期共同研究「〇〇△△」の成果である。

本研究は平成 29 年度 IMI 共同利用研究 研究集会(I)「〇〇△△」における議論を元としている。

### 【英語】

This work is supported by 2017 IMI Joint Use Research Program CATEGORY “title” .

This work is a result of 2017 IMI Joint Use Research Program CATEGORY “title” .

This work is based on the discussions at 2017 IMI Joint Use Research Program CATEGORY “title” .

英語版の「CATEGORY」としては、以下のものをお使い下さい。

研究集会(I)→ Workshop (I)

研究集会(II)→ Workshop (II)

短期共同研究→ Short-term Joint Research

短期研究員→ Short-term Visiting Researcher

ご不明な点がございましたら、事務局までお問合せ下さい。

以上よろしくお願いいいたします。

九州大学マス・フォア・インダストリ研究所

共同利用・共同研究拠点事務室

[kyoten-jimu@imi.kyushu-u.ac.jp](mailto:kyoten-jimu@imi.kyushu-u.ac.jp)

Tel: 092-802-4408

Fax: 092-802-4405

## 研究課題:魚群の回遊過程で最小化される目的関数の導出と解析

吉岡 秀和 (島根大学生物資源科学部 助教)

### (研究スケジュール)

本課題の実際の研究スケジュールを以下に示す.

#### 2017/7/7(金):九州大学マス・フォア・インダストリ研究所

吉岡, 白井教授, 田上准教授により, 魚群回遊をあらわす変分不等式の粘性解, ならびにその数値近似に関する議論を行った.

#### 2017/7/25(火)-28(金):九州大学マス・フォア・インダストリ研究所

吉岡, 白井教授, 田上准教授により, 島根県斐伊川の状況に関する議論, ならびに魚群回遊モデルの今後, 魚群回遊をあらわす変分不等式の粘性解に関する議論を行った. また, 吉岡は同時並行で Study Group Workshop 2017 に参加し, 深層学習や最適化モデリングに関する議論に参加した.

#### 2018/1/17(水)-2018/1/19(金):京都大学数理解析研究所

この期間中, 京都大学数理解析研究所で, 吉岡がオーガナイザーの一人である共同研究(グループ型)「数理農学の数理農学の基盤づくりに向けて」(<http://www.wre.kais.kyoto-u.ac.jp/RIMSjan2018/MAjp.html>)が開催された. 会議中, 吉岡, 白井教授, 田上准教授により, 本課題に関する議論が出来た. また, この会議では, 吉岡により, 白井教授および田上准教授を発表者に含む, 魚群ダイナミクスの数理モデリングに関する研究成果発表を行った (研究成果③).

上記以外に, メールなどにより, 研究課題に関する打ち合わせを行っている.

## (研究成果の概要)

以下では、本課題の研究成果の概要を報告する。

### 1. はじめに

魚類は、我が国の水産資源、そして主要なタンパク源として機能していることは論を待たない。また、魚類は、単に資源としてのみではなく、我が国の様々な地域において文化的に貴重な存在である。こうした水産資源の動態をより深く理解していくことは、それらのより効果的な管理手法を模索していくうえで必須事項である。とくに、いま大幅に個体群規模が減少してきているアユなどの内水面水産資源について、我が国の内水面漁業は、如何にして絶滅を防ぐか、如何にして持続的な漁獲を行っていくか、という喫緊の課題に直面している。こうした現状の打開に寄与したいという思いが、本課題の大きな動機である。

### 2. 得られた成果

本課題では、アユ等の回遊魚に代表される、群れをなし大移動を行う内水面水産資源の動態予測に資することを目的とした、魚群がいつ、河川水系のどこを、どう回遊するかという、巨視的動態を効率的に与えるミニマルモデルの基盤づくりを目指した。とくに、簡素であり、なおかつ効率性が高い魚群回遊の予測手法の確立に焦点を当てた。具体的には、魚群回遊がある目的関数を最小化するように生じるという生物学的な仮説に依拠し、簡素かつ効率的な魚群回遊の数理モデルを導いた。

本課題では、主に、最適制御理論に基づくアプローチ、ならびに、平均場近似に基づくアプローチという、互いに異なる観点からこの問題に取り組んだ。以下に、これらの概要を記述する。これら以外の成果については、後述の「研究成果」の項目において概要を記述している。

#### (最適制御理論に基づくアプローチ:研究成果①, ⑤, ⑨)

これまで、平成27年度と28年度の短期研究員事業を通して、魚群回遊に関する最適制御に依拠した数理モデリングを進めてきた。とくに、魚群を遊泳速度と個体数を制御変数として持つ点、河川を1次元区間とみなしたうえで、その遡上を考えてきた。本モデルでは、魚群が河川のある地点から回遊の終着地点である河川上流端まで、ある評価関数を最小化するように遡上すると仮定している。評価関数は、流れに逆らいながら遡上することによる流体力学的コストに関わる項、ならびに群れを形成することによるデメリットをあらわす概念的な項の2項で構成されている。第1項は、遊泳速度の絶対値の増加関数であり、なおかつ群れの個体数の減少関数である。これは、群れの個体数や密度が増加すると1個体あたりの消費体力が減少するという既往の研究成果に基づく。第2項は個体数の単調増加関数である。これは、群れの最適な個体数を有限に収めるた

めの技術的な仮定ではあるが、現実に無限大サイズの魚群形成されないことから、ペナルティのような役割を果たす項が評価関数に組み込まれていると考えることは自然である。本課題では、これまでに得られた数学解析の結果(具体的な厳密解の構成, 比較定理に依拠せずに厳密解の一意性を担保する手法)をより深く考究した。また, 評価関数がこの形状を有することの是非についても検討した。その結果, 別方向からのアプローチ(後述する, 平均場近似に基づくアプローチ)を思い立った。

また, 数理モデリングと並行して, ペナルティ法を併用した変分不等式に対する有限差分法の提案, ならびに数値的に精度の検証を行った。この有限差分法においては, まず実際の離散化の前に, 変分不等式に対してペナルティ近似を施すことで, これを卓越した生成項を有する非線型の移流-減衰方程式とみなす。ペナルティパラメータが無限大となる極限において, 少なくとも形式的には, ペナルティ近似された問題は元の変分不等式に帰着される。つぎに, 領域分割における各節点間において, 局所的な線型の移流-減衰方程式の厳密解を用いて数値解の補関数を構成する。その後, この補関数に基づいて, 各項の離散化を行う。

結果的に得られる有限差分法の離散式は, 数値解の一意性な存在性を担保する。とくに, ペナルティパラメータが一定である場合のペナルティ近似された変分不等式の古典解に対しては, 一貫性を有する。しかしながら, 節点間隔の逆数ならびにペナルティパラメータを同時に大きくしていくにしたがい数値解が元の変分不等式の粘性解に収束するか, という問いに対しては理論的な観点からの完全な答えが得られていない。そのため, 数値実験的に数値解の収束性を論じることとした。その結果, 得られた数値解は数値振動を含まないこと, 解の不連続性をシャープに捕捉すること, 偽の自由境界を算出しないこと, ペナルティパラメータを節点間隔の逆数のオーダーに取れば節点  $l^{\infty}$  ノルムについて 1 次収束することを示した。本アプローチで提案した有限差分法については, ペナルティ近似を介さないバージョンがごく最近開発されている(研究成果⑤)。この新たな有限差分法は, 魚群回遊の問題に対してではないが, 河川におけるヘドロや有害付着藻類の除去, すなわち河川清掃の最適化問題を支配する類似の変分不等式の数値計算に応用されている。数値解はやはり変分不等式の解に一次収束すること, ならびに自由境界の捕捉精度はおおむね節点間隔以下であることが確認されている。魚群回遊の問題に対する応用性も, 大いに期待できる。

#### (平均場近似に基づくアプローチ: 研究成果④)

遊泳時の魚群は, おおむね楕円型の形状を呈することが知られている[1-3]。とりわけ, 流れの中を遡上する, すなわち流速場と逆向きの方向に遊泳する魚群に関しては, 流速の大きさが大きくなるほど魚群の形状が流れ方向に細長くなることが実験的に確認されている[3-4]。魚群がこのようにおおむね楕円型の形状を呈するという経験的な事実は, 魚群ダイナミクスのデータ解析においても応用されている。しかしながら, 何故楕円型

の形状を呈するのか、という疑問に対し理論的な観点からの回答を与える研究は少ない。

以上の背景に基づいて、本課題では、魚群内の魚類個体の相互作用を理論的に検討し、現実に見られる楕円型の魚群形状と整合する目的関数を新たに定式化することを試みた。また、その最小化として生じる巨視的な魚群回遊を支配する輸送方程式を導いた。とくに、相互に作用しあいながら空間を移動する多粒子系の振る舞いを記述する常微方程式系モデルを足掛かりとして、その平衡解の平均場近似を考えることで得られる、確率測度の汎関数に対する最小化問題を定式化した。この汎関数の最小化を実現する確率測度(以下、最適解と呼ぶ。)の存在や一意性、性質は、汎関数の形状次第で変化する。本アプローチでは、材料力学の分野でごく近年提案された、2次元的に広がる楕円形状の転位をあらわす最適解を有する汎関数[5]を応用した。

本アプローチで定式化した汎関数は、2次元的な流れ場に存在する魚類個体間に働く反発力を対数関数、ならびに非等方的な有理関数の和によりモデリングし、引力を2次元的な増大度を持つ関数でモデリングするものである。前者が有する非等方性により、最適解が楕円型の魚群形状を呈する。最適解の存在性と一意性は、汎関数の下半連続性と強圧性により保証されている。本モデルについては、アユ魚群の遊泳データ[6]に基づいてパラメータの同定を行っている。また、Gradient flow の概念[7]に依拠し、時空間的な魚群のダイナミクスを記述する輸送方程式を導いた。楕円型の魚群形状を再現する数理モデルを構築したことになるが、引力と反発力の関数形状に対して、生物学的により深い意味づけを行うことが今後の課題である。

以上のアプローチのほかにも、具体的な研究成果は得られていないが、Coagulation-Fragmentation モデル[8]に依拠した数理モデルについても検討した。このモデルは、複数の魚群のダイナミックな合体・分離の過程を記述できる、その平衡解が現実の魚群サイズを記述しているのではないかと考えるに依拠するものである。この型のモデルは、様々なサイズの魚群の合体・分離の過程を記述する非局所的な作用素を含む微分方程式系としてあらわされる。本課題では、魚群のサイズに加えて、魚群の形状も合体・分離の過程に影響を及ぼしているのではないかと考えた。しかしながら、現在のところ、魚群の形状が合体・分離に与える影響に関する基礎データが著しく不足している。ただし、この数理モデリングに取り組む過程で、ある種の非局所的な作用素を含む微分方程式系の取り扱いにおいては Bernstein 変換[9]が大いに活躍するという事実を知り、実感できたことは、本課題の今後の進展において極めて有益であったと考えられる。

### 3. 今後の展望

今後の課題として、これまでに提案してきた数理モデル(例えば研究成果①)では、魚群が流れ場の情報を知りすぎている、という点が挙げられる。例えば、アユは毎年春季に河川に放流されるが、見方によっては、本モデルは魚群が既に河川に関する大域的な

情報を持っているという仮定に依拠することになる。この仮定は、サケなどの、母川の情報に遺伝的に組み込まれていると考えられている魚種についてはある程度進化論的に正当化できるであろう。しかしながら、アユの場合はそうだという理論的または実験的な報告はない。実際のアユ遡上では、魚群は遡上してきた地点までの情報を有しているが、その上流の情報は有していないはずである。上流側の情報については、遡上の過程で得られた情報に基づいて推測しているであろうという考え方は、ごく自然であるように思える。この観点からは、数理ファイナンスの分野における「非完備情報」下における数理モデリングの知見を活用できるのではないかと考えられる。非完備情報下における水産資源ダイナミクスの数理モデリングや数値計算については、吉岡ら[10-11]によりごく最近、養殖アユの育成・漁獲計画を対象として既に成果が得られている。この知見を、本課題で対象とするような魚群回遊に対しても応用できると考えている。

## 研究成果

以下に、本課題の研究成果を列挙する。

- ① Yoshioka H., Shirai T., and Tagami D.: Viscosity solutions of a mathematical model for upstream migration of potamodromous fish, 12th SDEWES Conference, October 4-8, 2017, Dubrovnik, Proceedings, Paper No. 571, pp. 571-1 - 571-12. (Invited Contribution)
- ② Yoshioka H., Watanabe T., and Tsugihashi K.: A generalized exact formula for the swimming cost of upstream fish migration, J. JSCE B1, 2018, Vol. 74. (Accepted)
- ③ 吉岡 秀和, 岡本 久, 白井 朋之, 田上 大助, 宇波 耕一: 生物移動の数理モデルにおける粘性解, 数理農学の基盤づくりに向けて, 京都大学数理解析研究所, 2018 年 1 月 17-19 日, 講演要旨集, p.9.
- ④ Yoshioka H., Izumi T., and Fujihara M.: A non-local description of upstream fish migration: linkage between school shape and migration dynamics, ISE2018, August 21-24, 2018, Tokyo. (Full paper, under review)
- ⑤ 吉岡 秀和, 白井 朋之, 田上 大助, 八重樫 優太: 河川清掃の変分不等式に対する有限差分近似, 第 23 回計算工学講演会, ウィンクあいち, 2018 年 6 月 6-8 日. (用紙採択. 講演論文準備中)
- ⑥ 吉岡 秀和, 八重樫 優太, 森脇 昭子, 横山 勇一: 〈斐伊川のアユ〉数理科学の視点から迫る回遊の謎~, 瀬音 (斐伊川漁業協同組合広報誌) 第 10 号, p. 7, 2017 年 7 月 1 日発行. ([http://hiikawafish.lolipop.jp/hiikawafish/date/170701\\_seoto\\_no10.pdf](http://hiikawafish.lolipop.jp/hiikawafish/date/170701_seoto_no10.pdf))
- ⑦ 吉岡 秀和: 出雲高等学校 SSH 事業「課題研究指導員」(数理情報ゼミ. 普通科理系 2 回生. 研究紹介において, 短期研究員事業の成果の一部を紹介).
- ⑧ 吉岡 秀和: 数理科学の観点から生物資源の管理を考える, 平成 29 年度生物資源科学部セミナーおよび島根県食品工業研究会との交流会, 島根大学生物資源科学部

2018年2月23日. 口頭発表. (一般市民向けの講演発表)

- ⑨ Yoshioka H., Shirai T., and Tagami D.: A mixed optimal control approach for upstream fish migration, *Journal of Sustainable Development of Energy, Water and Environment*. (under review)

#### 引用文献

- [1] Hemelrijk C. K., Hildenbrandt H., Reinders J. and Stamhuis, E. J., “Emergence of oblong school shape: models and empirical data of fish”, *Ethology*, Vol. 116, No. 11, (2010), pp 1099-1112.
- [2] Hemelrijk C. K. and Hildenbrandt, H., “Schools of fish and flocks of birds: their shape and internal structure by self-organization”, *Interface focus*, (2012), rsfs20120025.
- [3] 中峯 浩, 轟 立, 三宮 信夫. (1993). 魚群形状の楕円近似. システム制御情報学会論文誌, 6(7), 297-304.
- [4] 中峯 浩, 轟 立, 三宮 信夫. (1993). 魚群の楕円形状の変動を推定する自己回帰モデル. システム制御情報学会論文誌, 6(9), 433-435.
- [5] Carrillo J. A., Mateu J., Mora M. G., Rondi L., Scardia L. and Verdera, J., “The ellipse law: Kirchhoff meets dislocations”, *arXiv preprint arXiv:1703.07013*, (2017). <https://arxiv.org/abs/1703.07013>
- [6] Onitsuka K, Akiyama J., Matsuda K., Noguchi S. and Takeuchi H., “Influence of sidewall on swimming behavior of isolated Ayu, *Plecoglossus Altivelis Altivelis*”, *Journal of Japan Society of Civil Engineers*, Ser. B1, Vol. 68, No. 4, (2012), pp I\_661-I\_666.
- [7] Ambrosio L., Gigli N. and Savaré, G., “Gradient flows: in metric spaces and in the space of probability measures”, (2008), Springer Science & Business Media.
- [8] Degond P., Liu J. G. and Pego, R. L. “Coagulation-fragmentation model for animal group-size statistics”, *Journal of Nonlinear Science*, Vol. 27, No. 2, (2017), pp 379-424.
- [9] Schilling, R. L., Song, R., & Vondracek, Z. (2012). *Bernstein functions: theory and applications* (Vol. 37). Walter de Gruyter.
- [10] Yoshioka H., Tsugihashi K., and Yaegashi Y.: Finite difference computation of a stochastic aquaculture problem under incomplete information, *Seventh Conference on Finite Difference Methods: Theory and Applications*, June 11-16, 2018, Lozenetz, Bulgaria. (Abstract accepted)
- [11] 吉岡 秀和, 八重樫 優太, 次橋 健太郎, 渡部 建志: 「非完備」な河川環境における付着藻類の管理モデルの提案と斐伊川への応用, Vol. 24. (要旨採択. 本論文査読中)