

乱流ジェットの局時・局所的な コヒーレント構造について



ワークショップ 数理・計算・データに基づく流体解析の最前線 (2025/06/12)

東京大学大学院工学系研究科 航空宇宙工学専攻 **赤嶺 政仁**

Contents

- **研究背景**
 - ジェット，コヒーレント構造，音波 (マッハ波)
 - 気になること：スペクトル相似性，騒音低減デバイス
- **3次元実験計測で見えてきた局時・局所的コヒーレント構造**
 - 3D-BOS：3次元密度場の計測
 - 統計量の確認
 - 相関解析
 - 局時・局所的コヒーレント構造
- **局時・局所的コヒーレント構造をどう特徴づけるか**
 - フーリエ解析・POD解析の限界
 - 試み：条件付平均

研究背景



航空宇宙工学的な背景

飛行機・ロケットからの騒音を予測&低減するため
「ジェット(=噴流)」から音が出るメカニズムを知りたい



Wikipedia, pjs2005

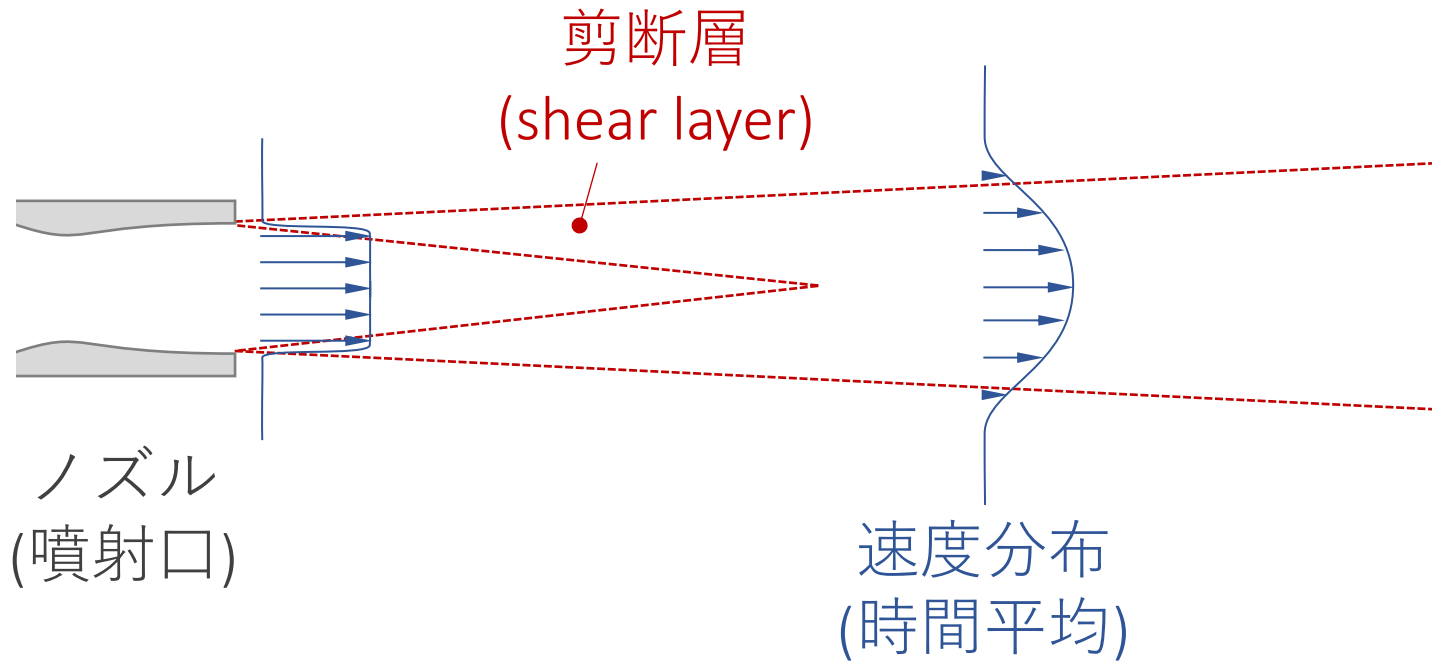
→ 環境適合性の向上へ



→ 搭載機器の振動低減へ

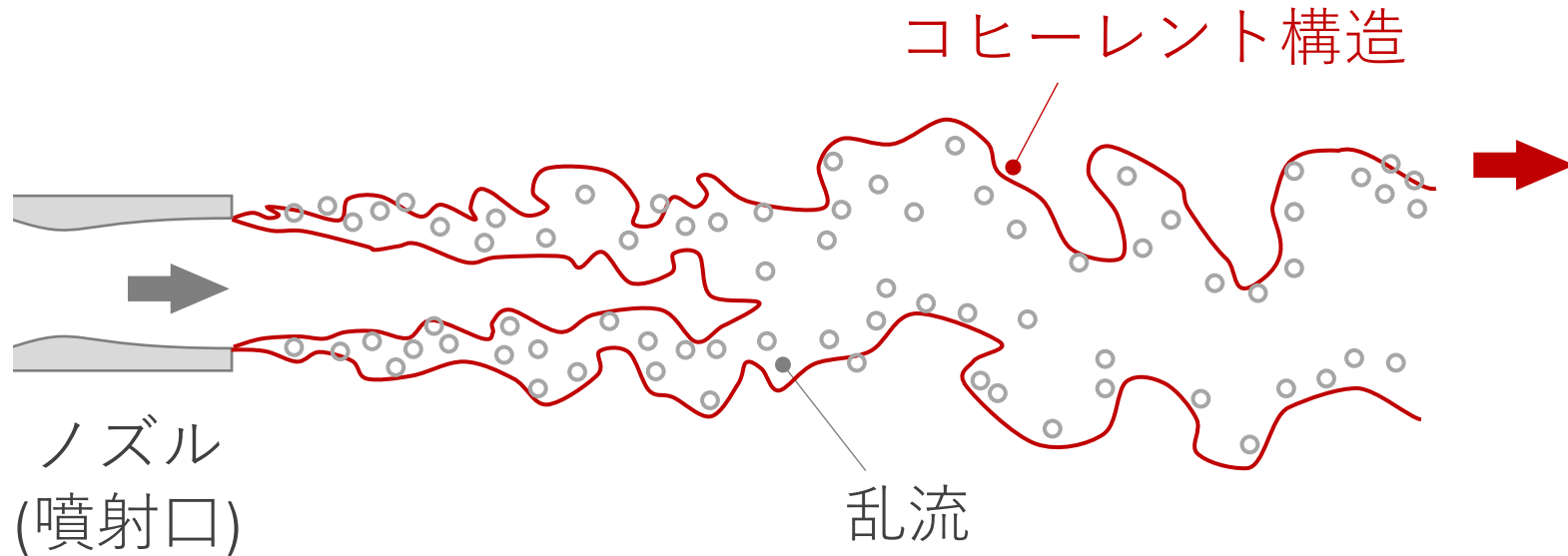
ジェットの流れ場

周囲大気とのあいだに、大きな速度勾配を持つ領域 (**剪断層**) ができる



ジェットのコヒーレント構造

- 剪断層にできる大規模な (代表長スケールの) 構造
- Kelvin-Helmholtz不安定性で, ノズル付近の微小擾乱から発達
- Wavepacket構造, turbulent/non-turbulent interface, ...



ジェットのコヒーレント構造

- 比較的Re数が低い場合は1970年頃から可視化されるようになった
- 高Re数でも似た構造があると考えられている (SPOD等で抽出)

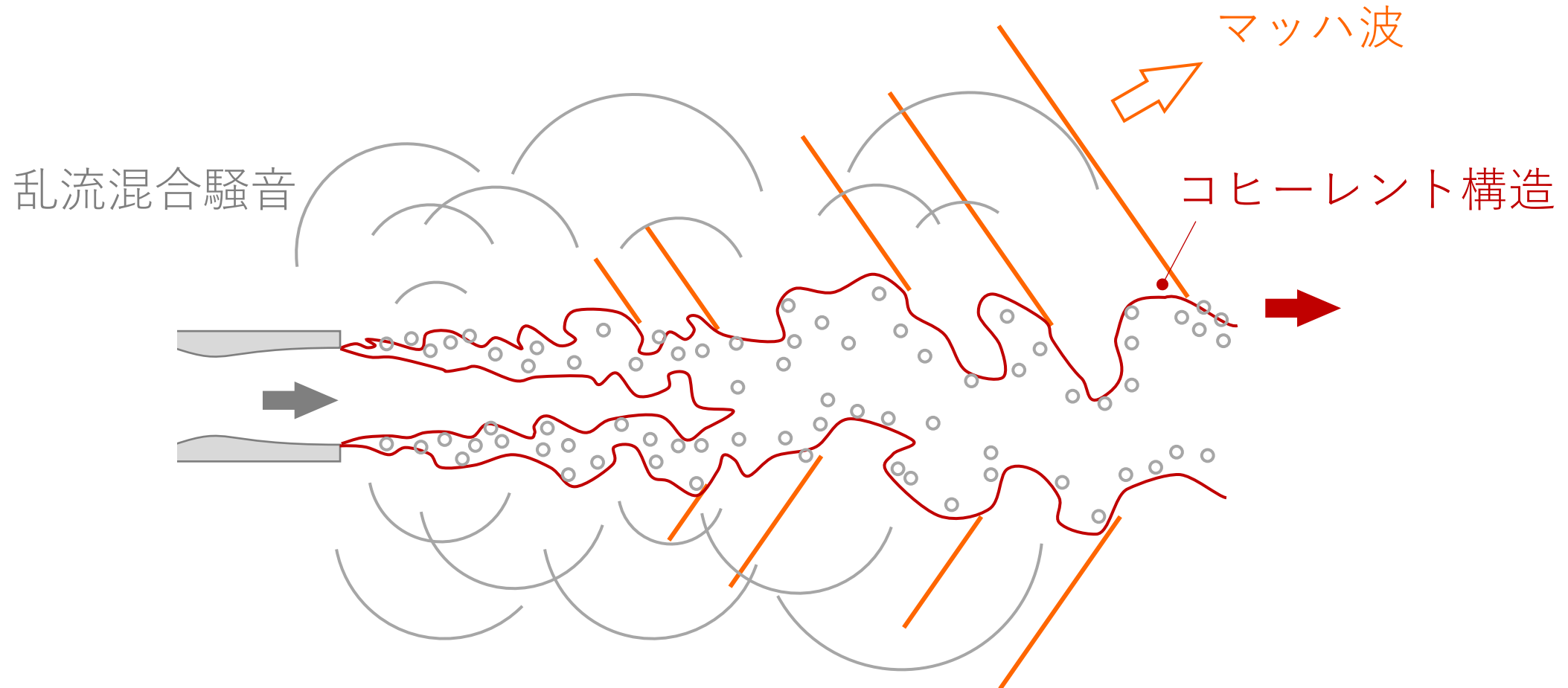
Schmidt et al. JFM 2018他

Crow & Champagne (1971) “Orderly structure in jet turbulence,” *J. Fluid Mech.* 48(3) 547-591

Brown & Roshko (1974) “On density effects and large structure in turbulent mixing layers,” *J. Fluid Mech.* 64(4) 775-816

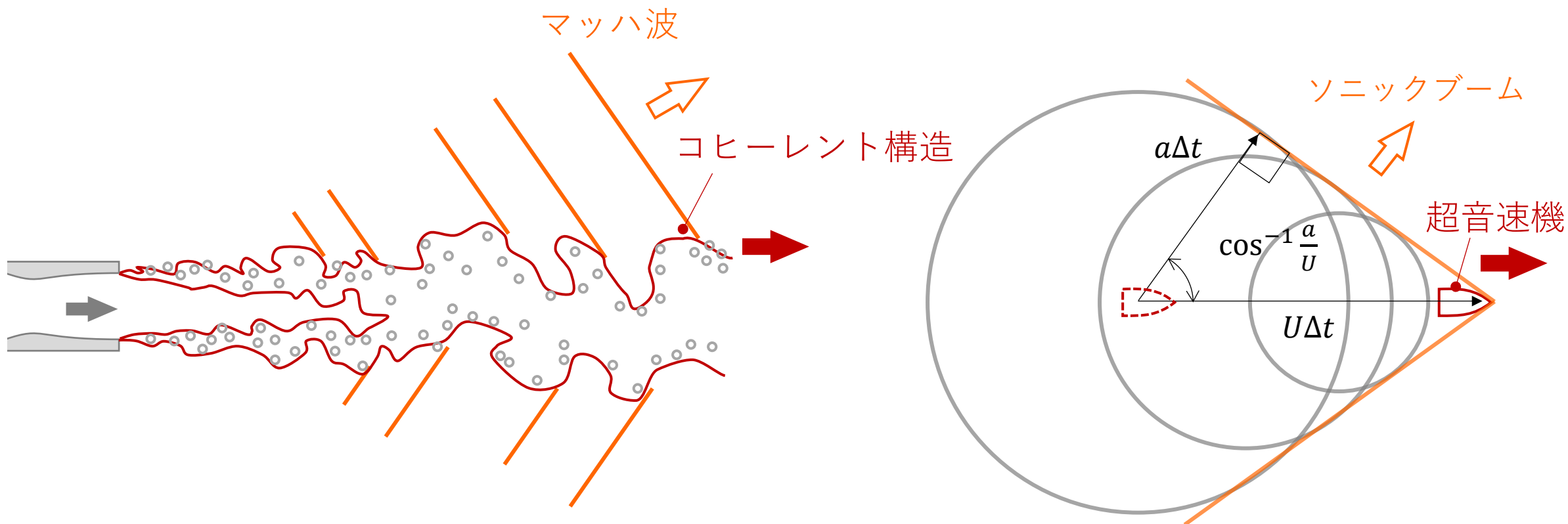
コヒーレント構造による音

マッハ波 (Mach wave) : 下流方向への音波



コヒーレント構造による音

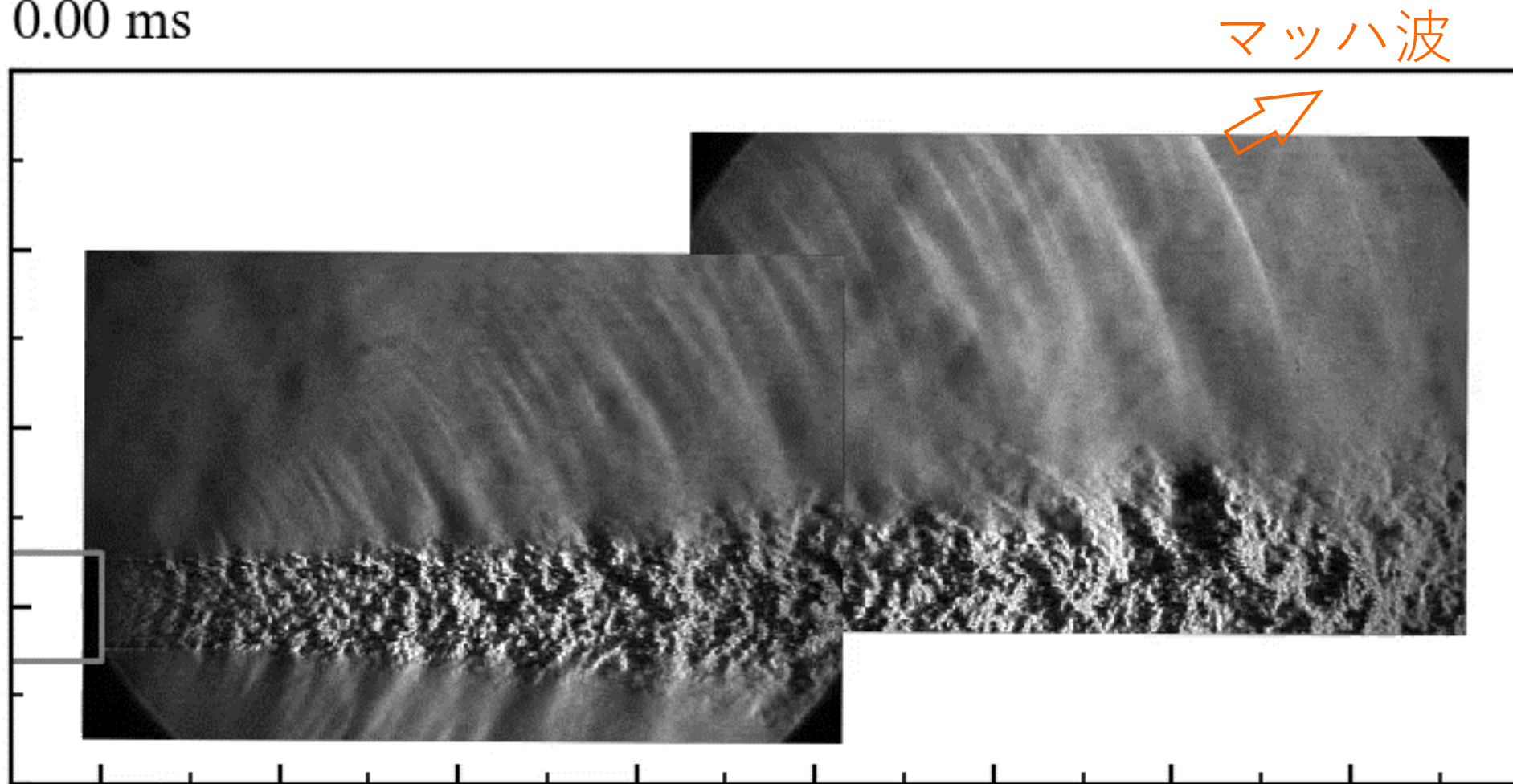
マッハ波 (Mach wave) : 下流方向への音波 $\approx$ 「ソニックブーム」



コヒーレント構造による音

マッハ波 (Mach wave) : 下流方向への音波 $\approx$ 「ソニックブーム」

0.00 ms



気になること①：スペクトル相似性

- ブロードバンドスペクトルの形状がさまざまなジェットで相似
- 実験室とロケットで初期乱れなどは異なりそうだが...

実験室

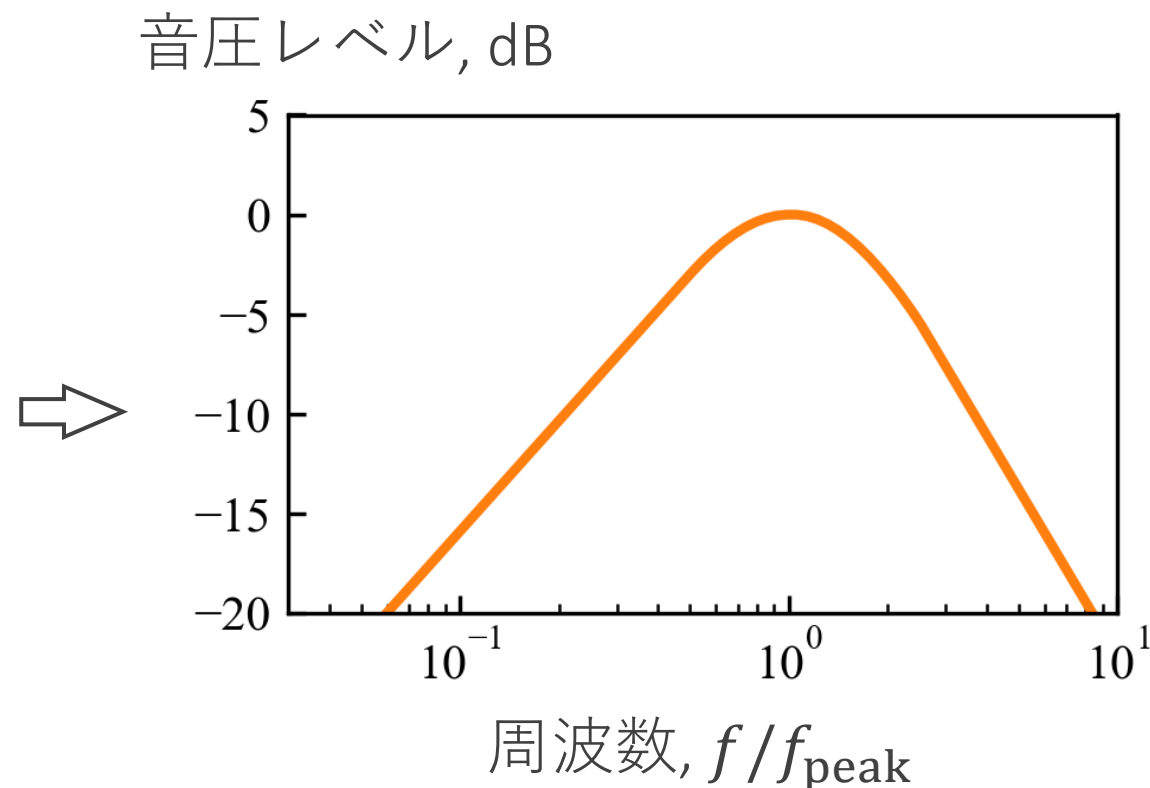
飛行機



ロケット



火山



気になること②：騒音低減デバイス

ノズル出口に乱れを加えても、それほどスペクトルは変わらない...

➡ 実際にはどのようなコヒーレント構造ができているのか？

シェブロンノズル

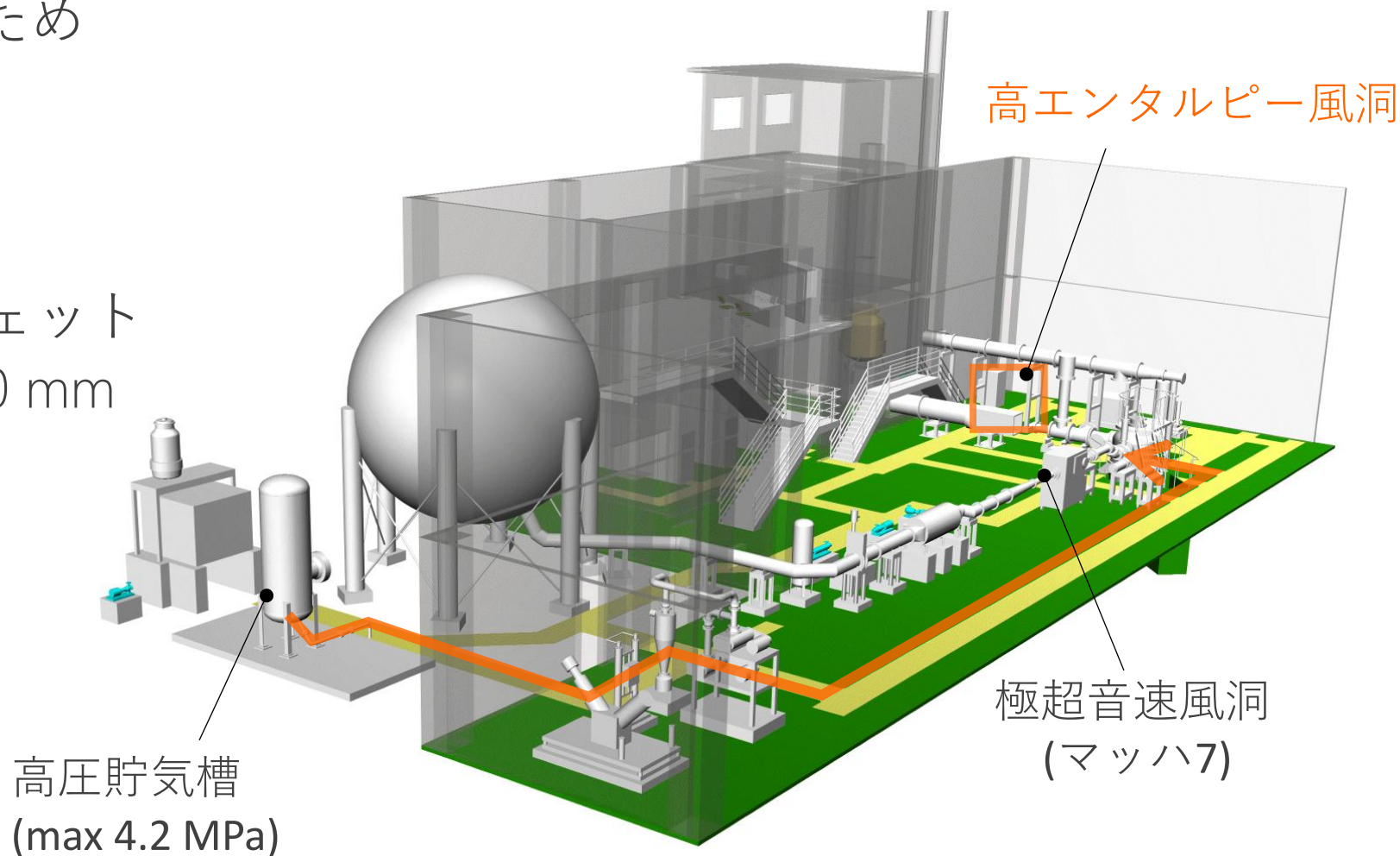
プラズマアクチュエータ

3次元実験計測で見えてきた 局時・局所的コヒーレント構造



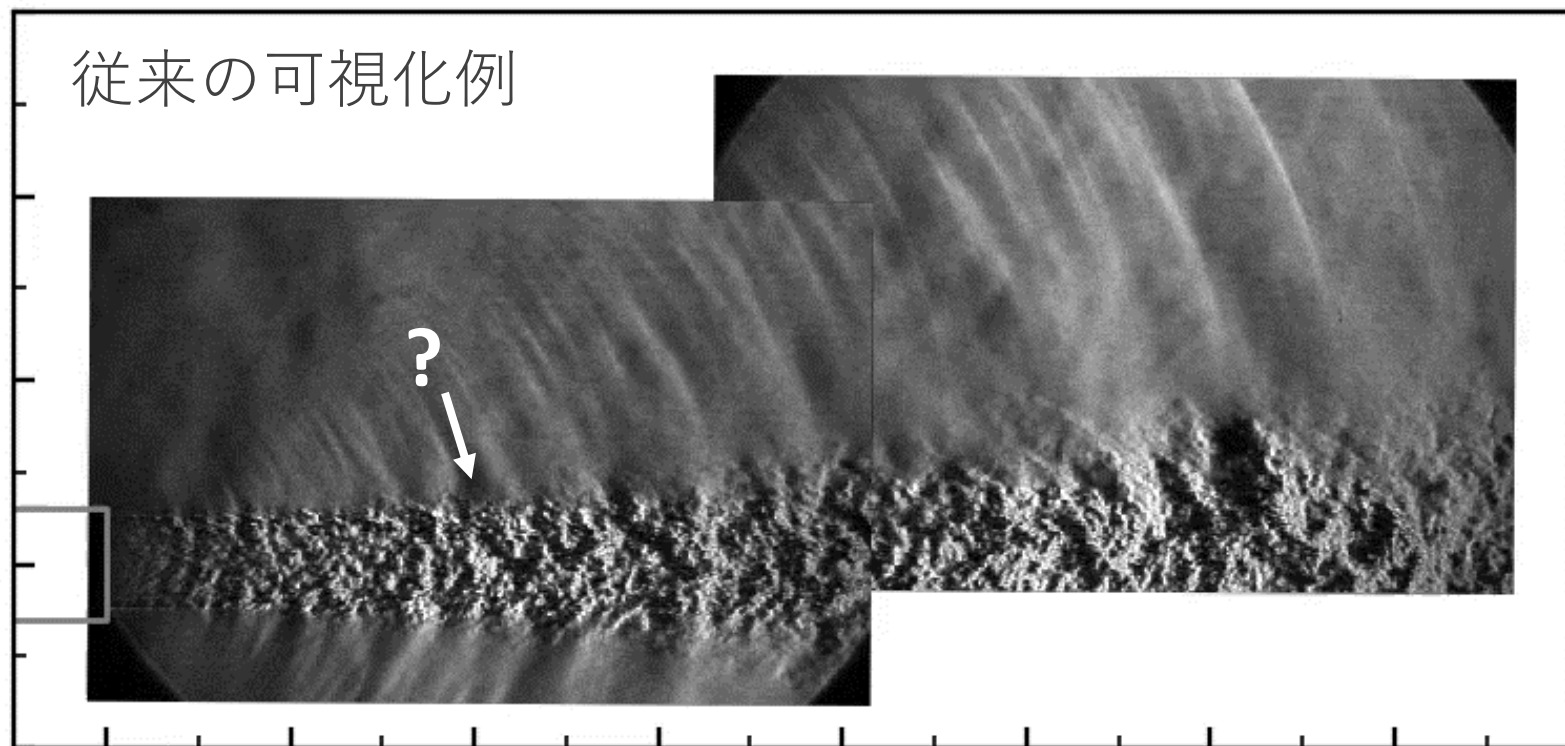
実験手法

- 実験的アプローチをとる
 - 数値シミュレーションは高コストでデータ長が限られるため
- 東大柏風洞で実験
 - マッハ1.8適正膨張ジェット
 - ノズル出口直径 $D=20\text{ mm}$
 - $Re \approx 1.5 \times 10^6$



従来の光学可視化 (シュリーレン法) では, 2次元データ (奥行方向積算) であり
コヒーレント構造の特定は難しい → "3D-BOS"を用いてみる

0.00 ms



3D-BOS

最近確立されつつある密度場計測法

- 多方向からの"BOS"計測 + computed tomography
- 流れを乱さず，瞬時密度場を，広範囲に 3 次元で取得できる
- 衝撃波などへの適用例はあるが，コヒーレント構造がどの程度測れるかは不明

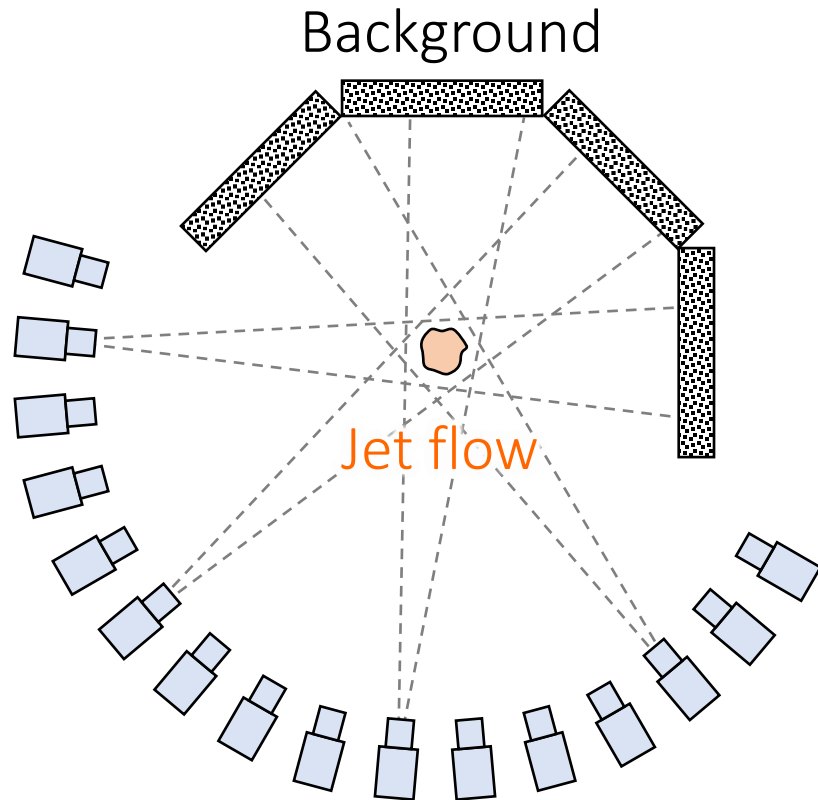
[Nicolas et al. ExpFluids 2017]

[Lanzillotta et al. EUCASS 2019]

[Ota et al. Meas. Sci. Tech. 2011]

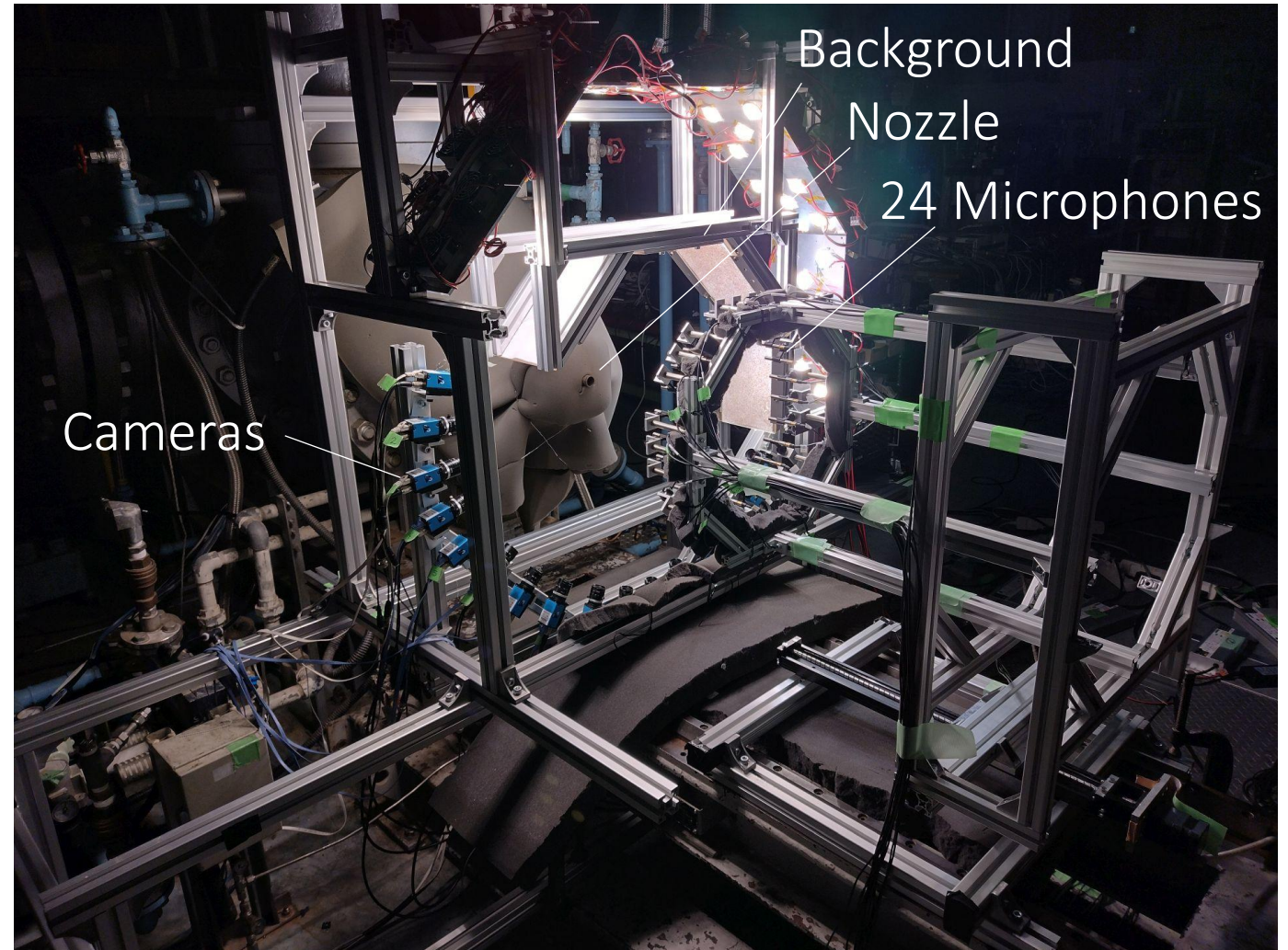
[Lee, Ozawa, Nagata & Nonomura PoF2023]

柏風洞での3D-BOS計測系

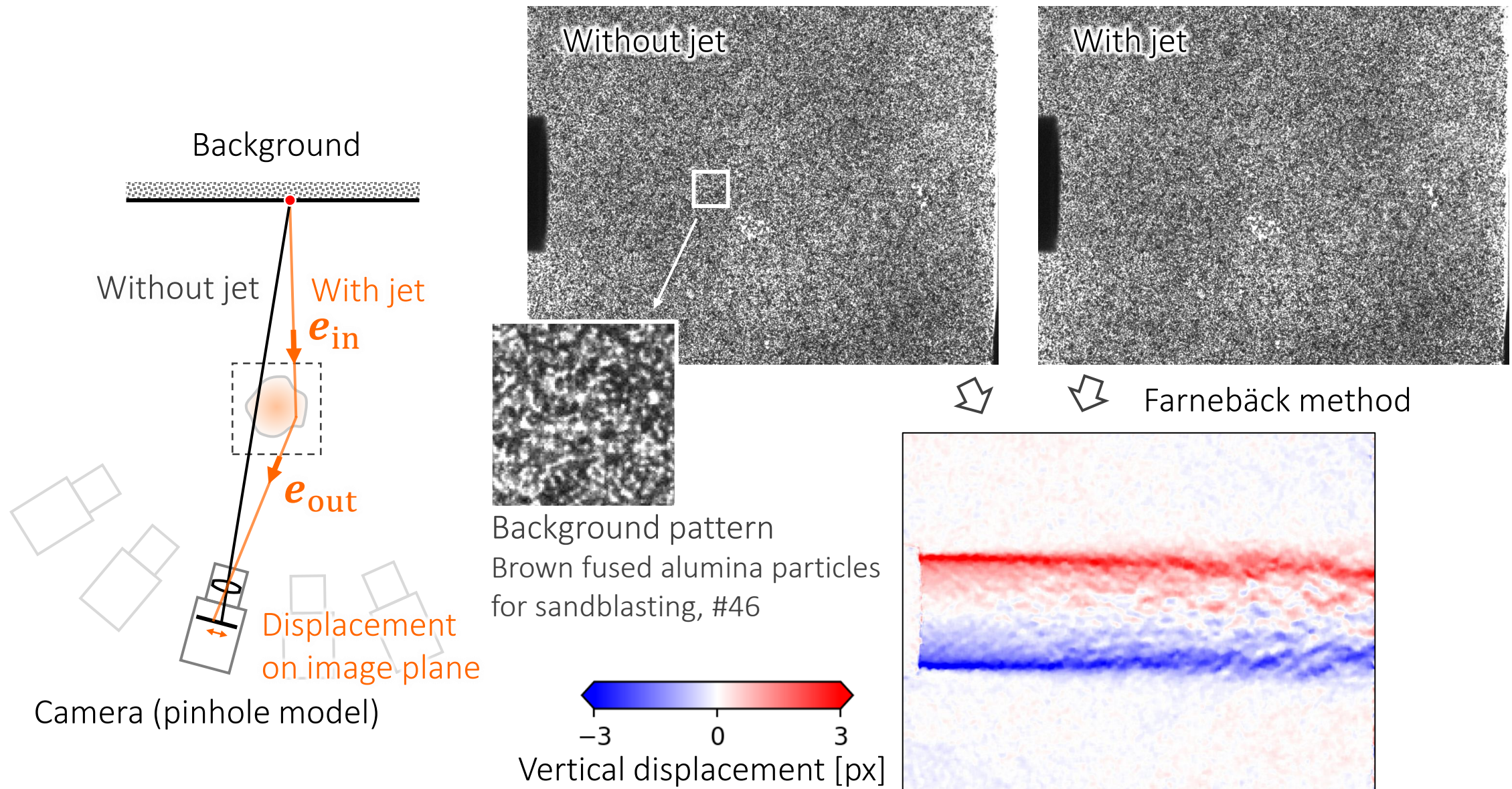


16 cameras

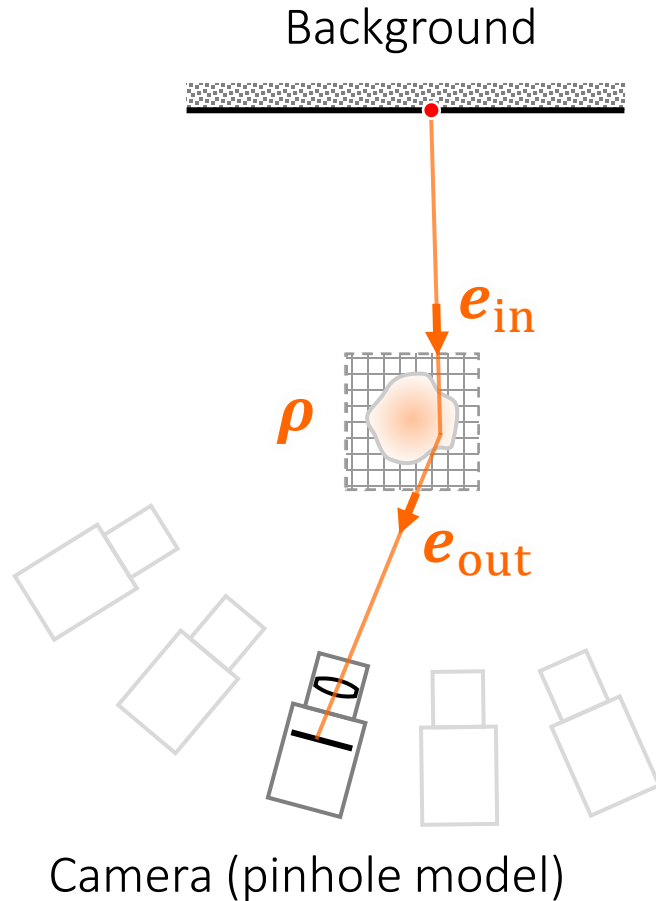
The Imaging Sources DMK33GX273
(70 frames/s, 1 μ s exposure)



BOS計測 (Background-Oriented Schlieren)



Computed Tomography



各ピクセルにやってくる光線のray equation

$$e_{out} - e_{in} = \frac{G}{n_0} \int_{s_{in}}^{s_{out}} \nabla \rho \, ds$$

G , Gladstone-Dale constant
 n_0 , refractive index of surrounding air

未知の密度場 ρ を離散化して連立すると

$$\min\{\|b - A\rho\|_2^2 + \lambda \|\nabla \rho\|_2^2\}$$

正則化項 λ は L-curve法で決定



最小二乗問題を反復解法 (LSQR法) で解いて
 ρ を求める

$$\dim(b) = 2 \times 16 \text{ cameras} \times \frac{1}{8^2} (1440 \times 1080 \text{ pixels}) \approx 7.8 \times 10^5$$

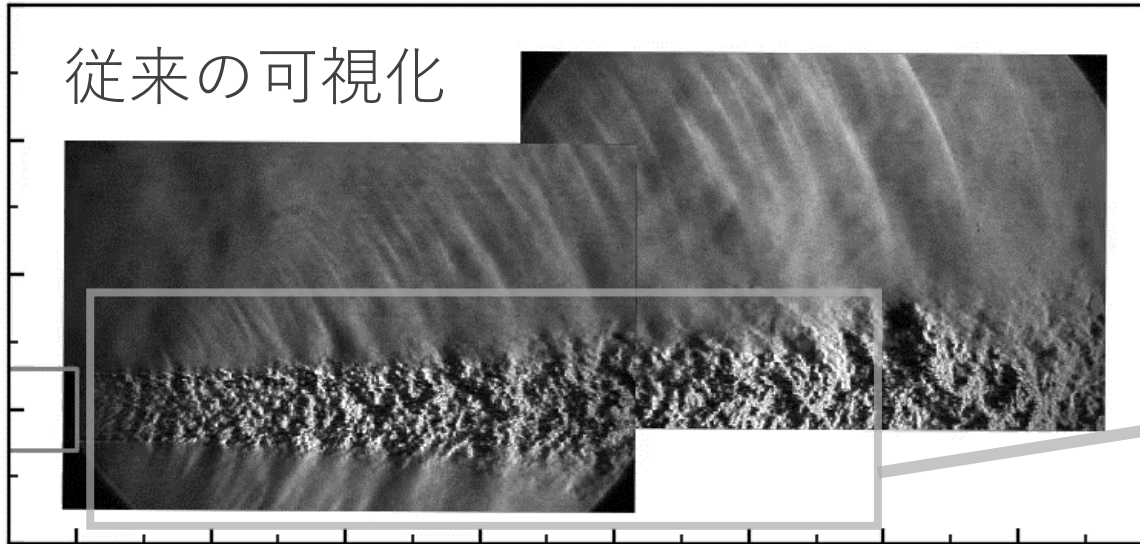
$$\dim(\rho) = 141 \times 71 \times 71 \approx 7.1 \times 10^5$$

結果

3D-BOSで複雑なジェットの変動が捉えられた

0.00 ms

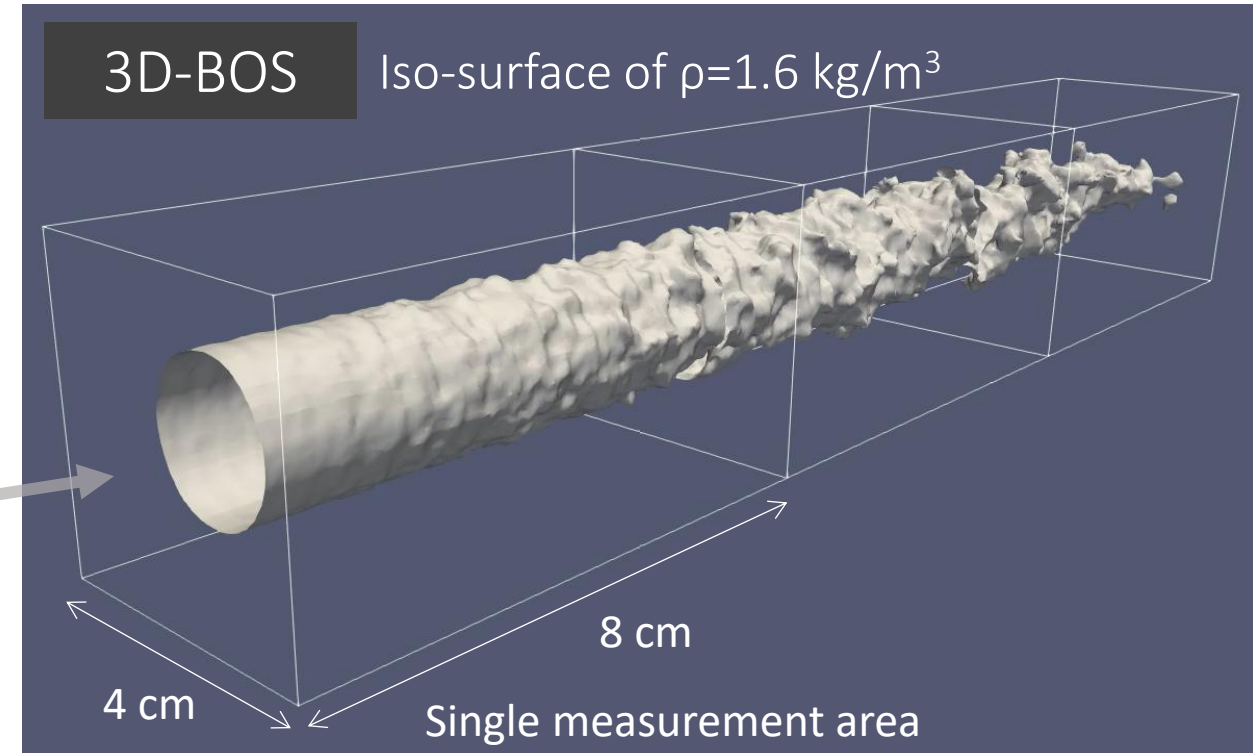
従来の可視化



70 Hz

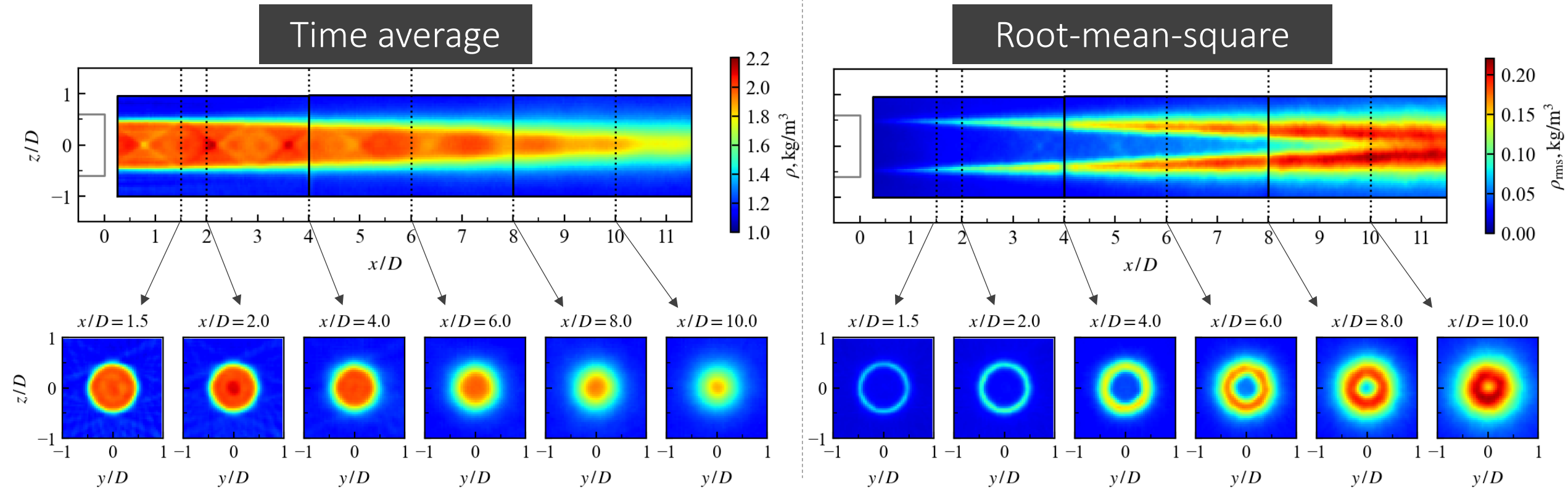
3D-BOS

Iso-surface of $\rho=1.6 \text{ kg/m}^3$



統計量の確認

- ・ 噴流内が高密度(=低温)で、徐々に混合が進んで剪断層が厚くなる
- ・ 剪断層で密度変動が大きい

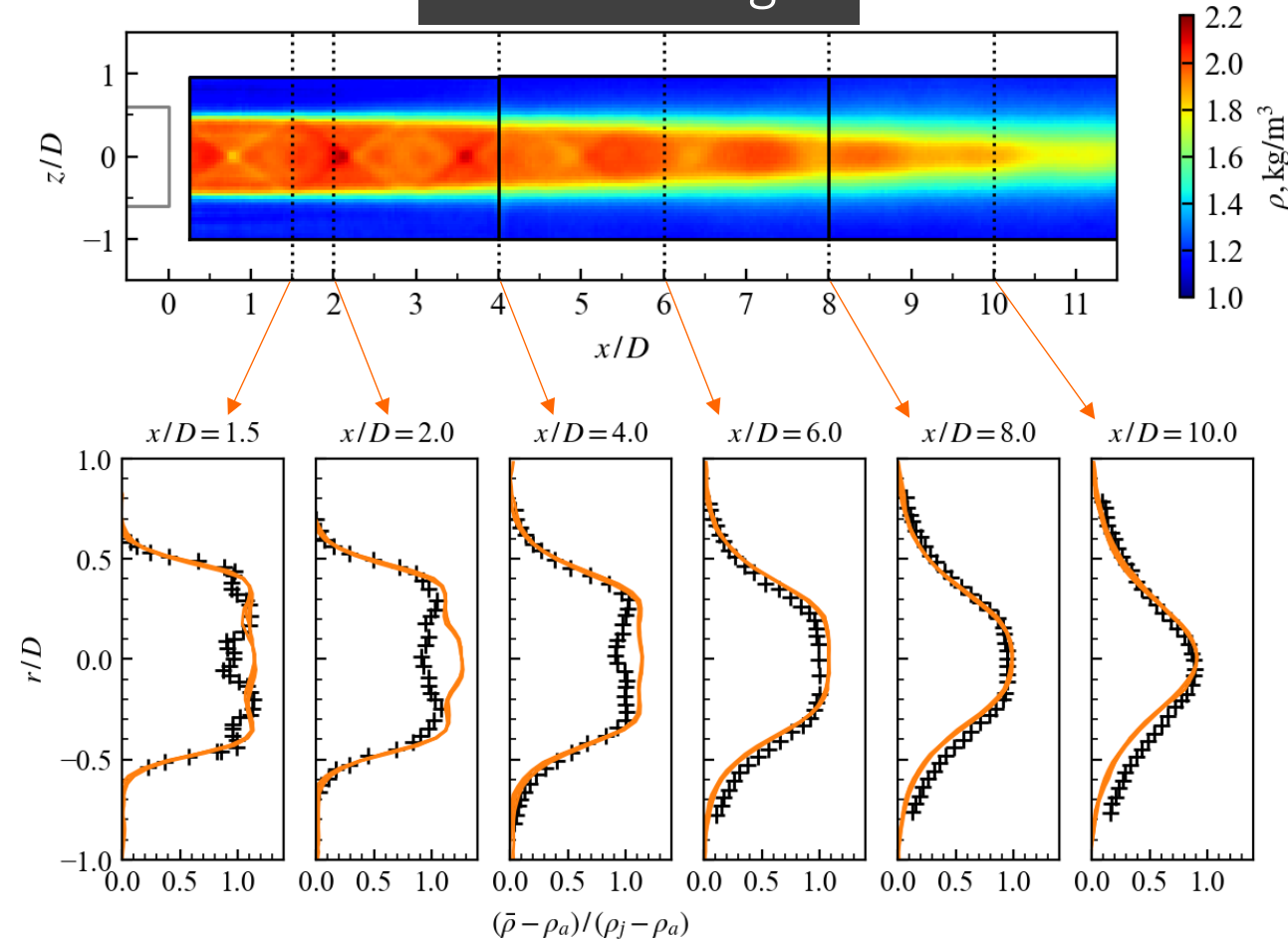


統計量の確認

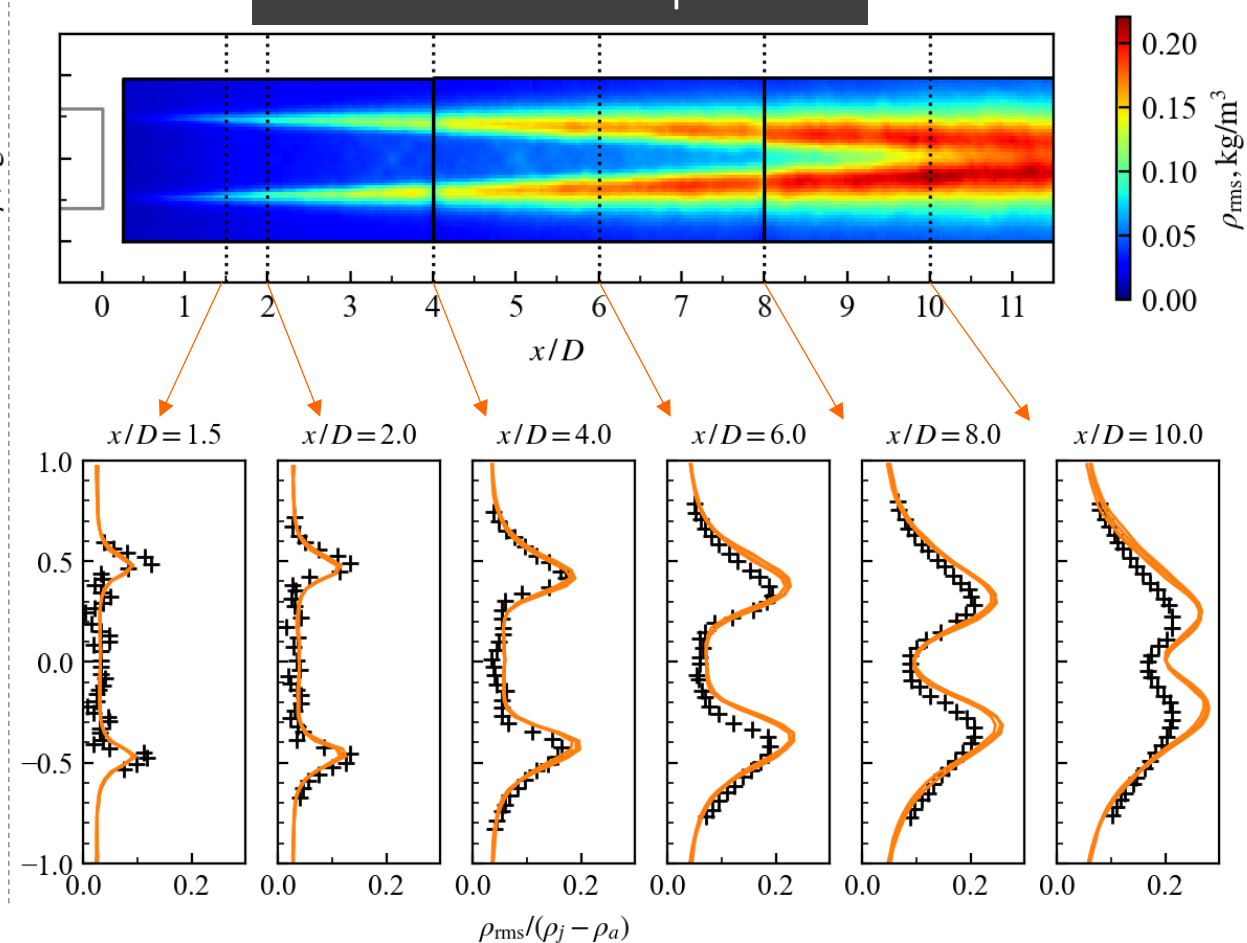
文献値* (+印; レイリー散乱法) と良好に一致しており, 妥当な計測ができている

*Panda and Seasholtz (2002) "Experimental investigation of density fluctuations in high-speed jets and correlation with generated noise," *J. Fluid Mech.* 450:97-130

Time average



Root-mean-square



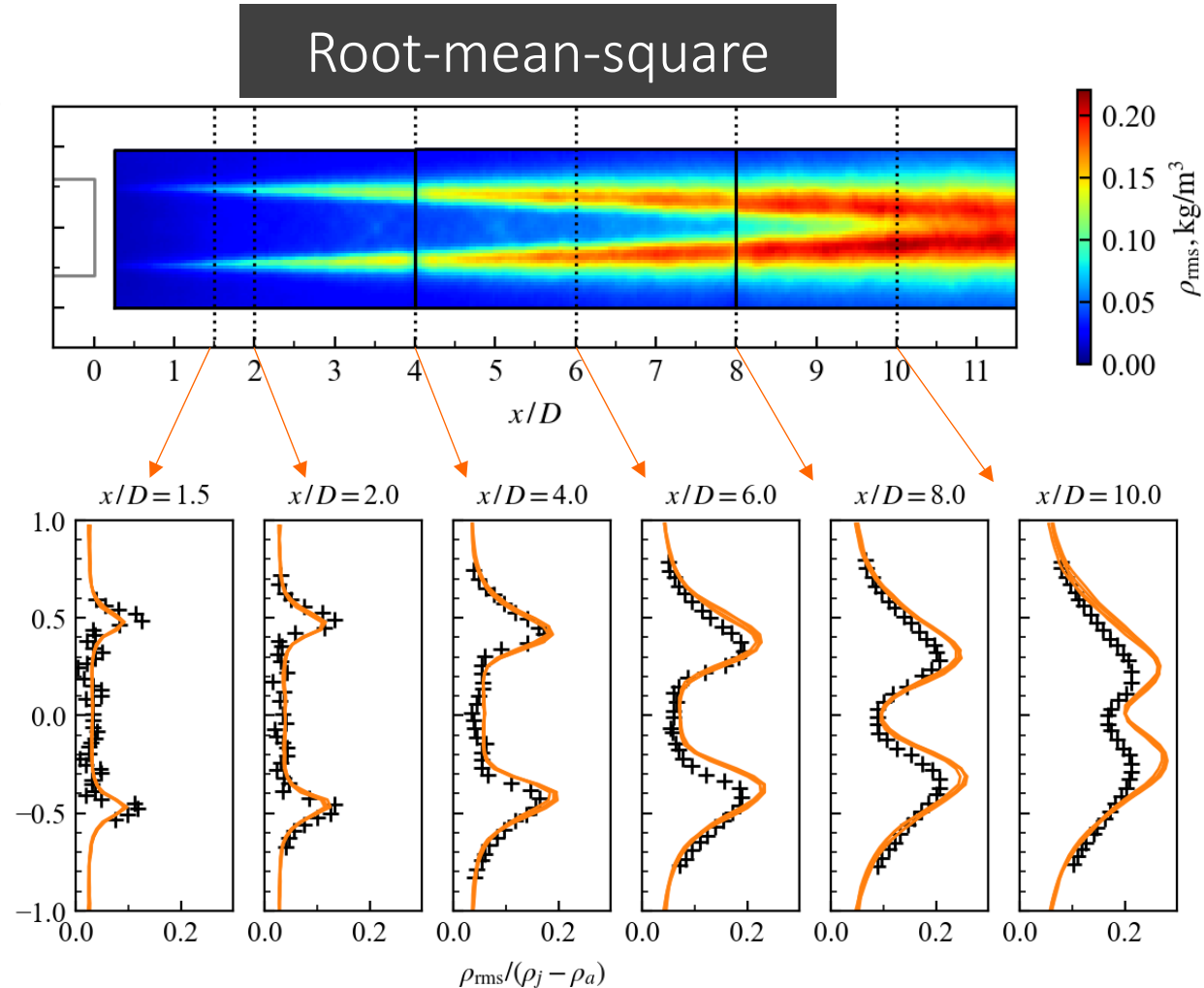
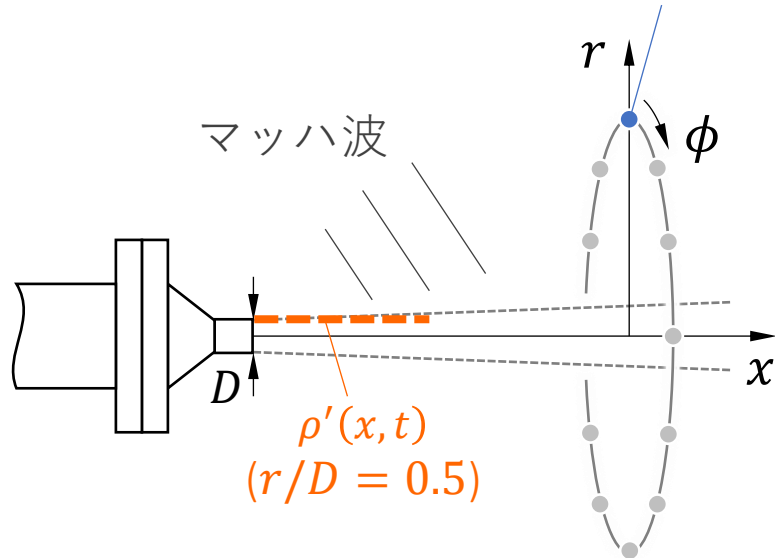
相関解析

この密度変動に，コヒーレント構造の情報は含まれているか？

相関係数：（ $\langle \rangle$ は時間平均）

$$C(x, \tau) \equiv \frac{1}{\sqrt{\langle |p'|^2 \rangle \langle |\rho'|^2 \rangle}} \langle p'(t) \rho'(x, t + \tau) \rangle$$

マイクロホン信号, $p'(t)$
($x/D = 18, r/D = 8, \phi = 0^\circ$)



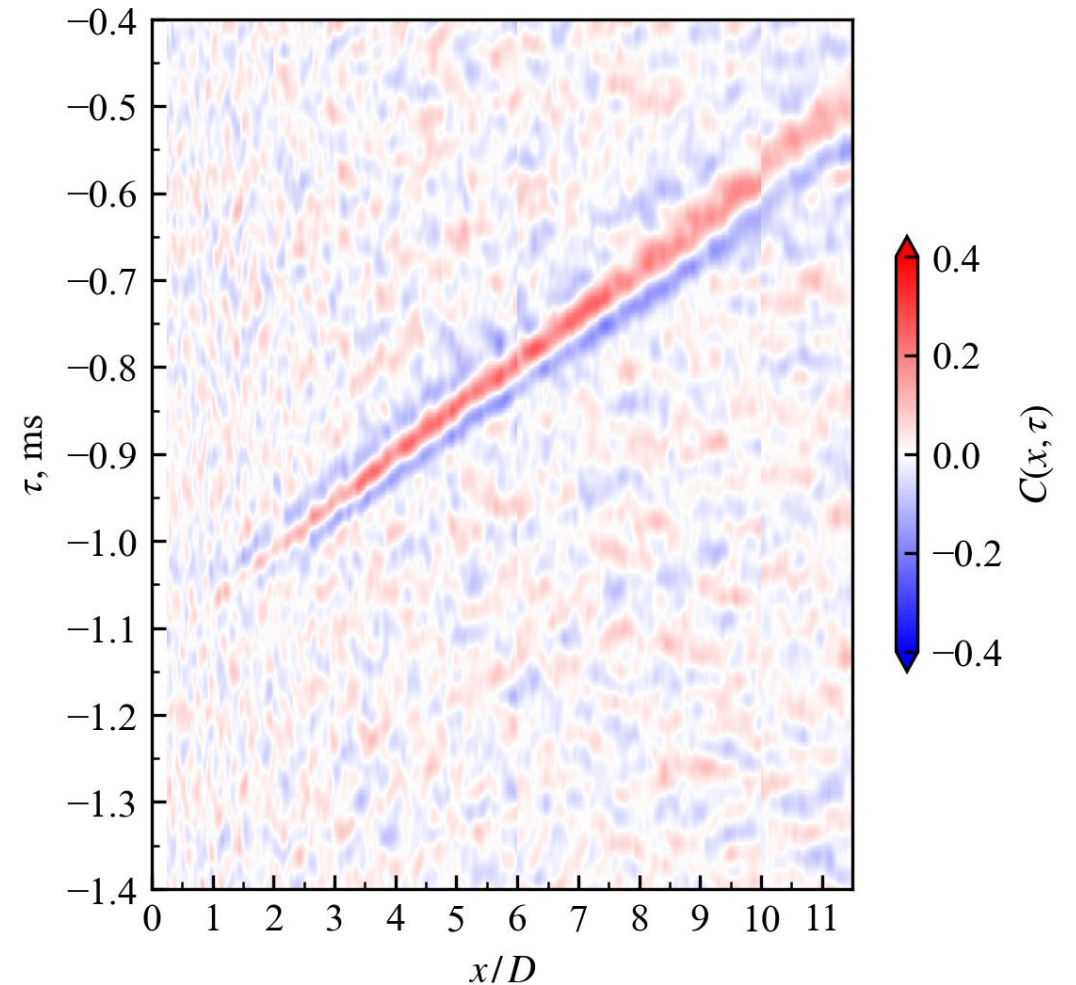
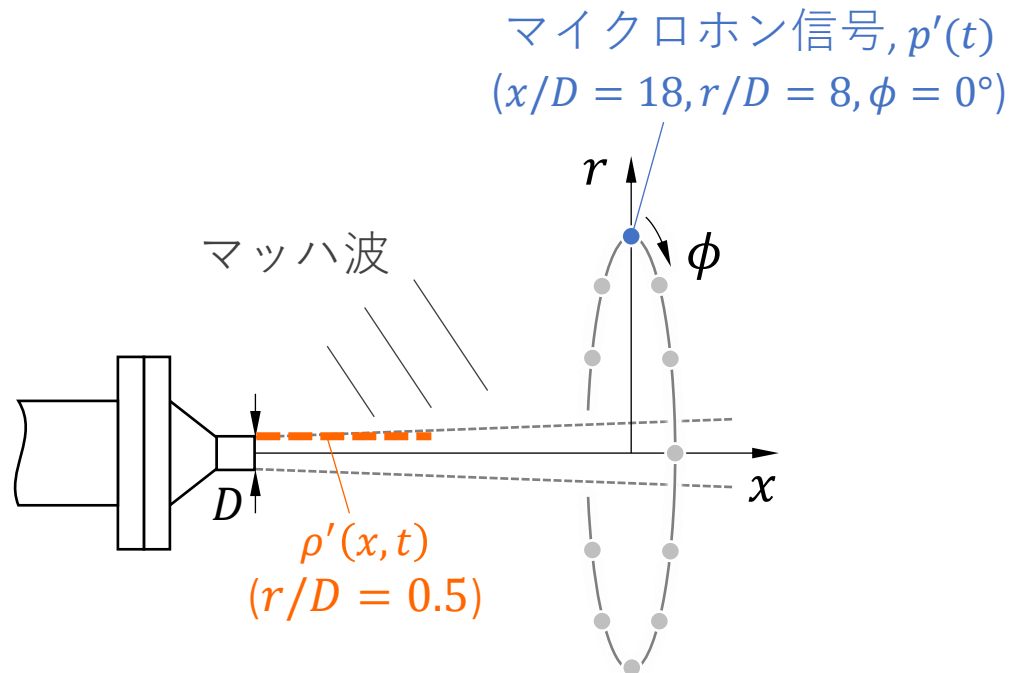
相関解析

この密度変動に，コヒーレント構造の情報は含まれているか？

相関係数：（ $\langle \rangle$ は時間平均）

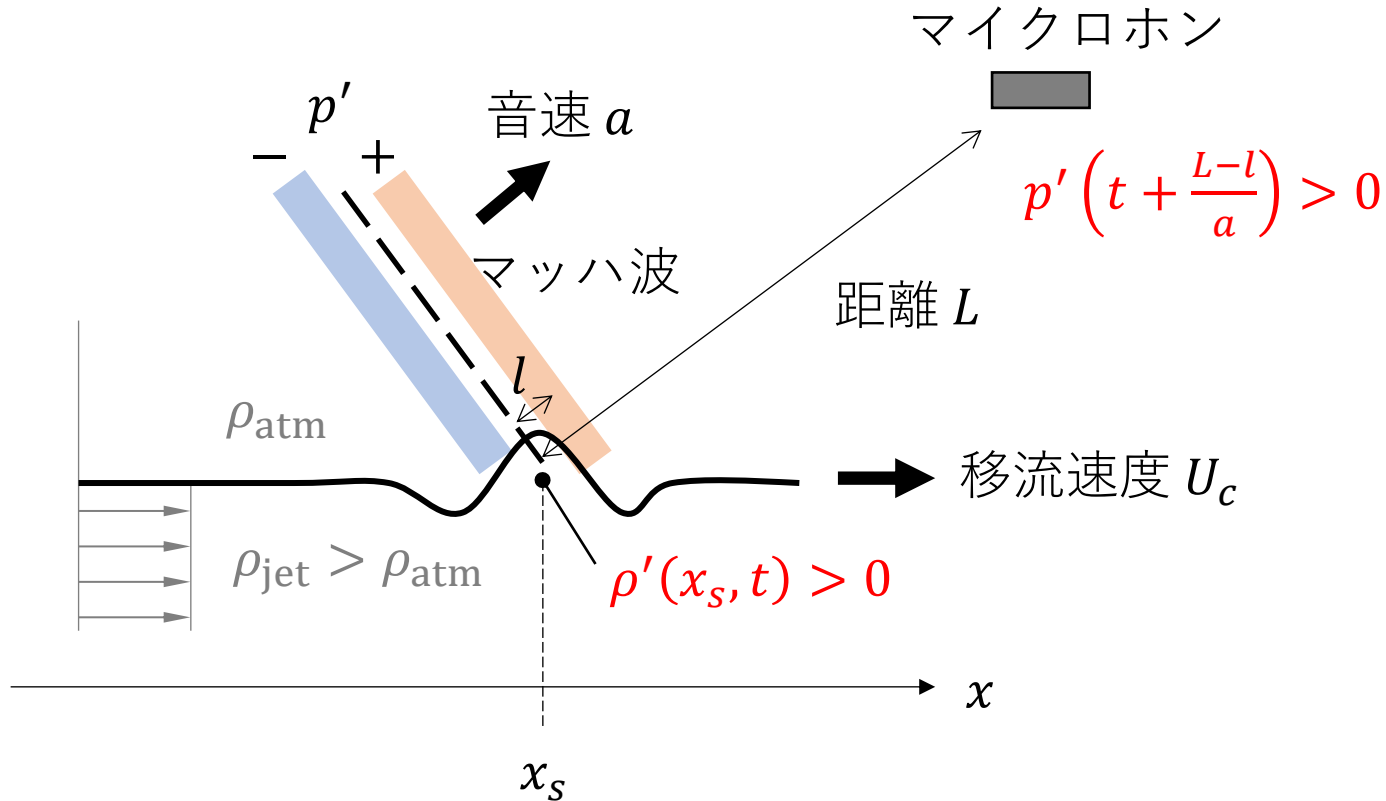
$$C(x, \tau) \equiv \frac{1}{\sqrt{\langle |p'|^2 \rangle \langle |\rho'|^2 \rangle}} \langle p'(t) \rho'(x, t + \tau) \rangle$$

➡ きれいな線があらわれる

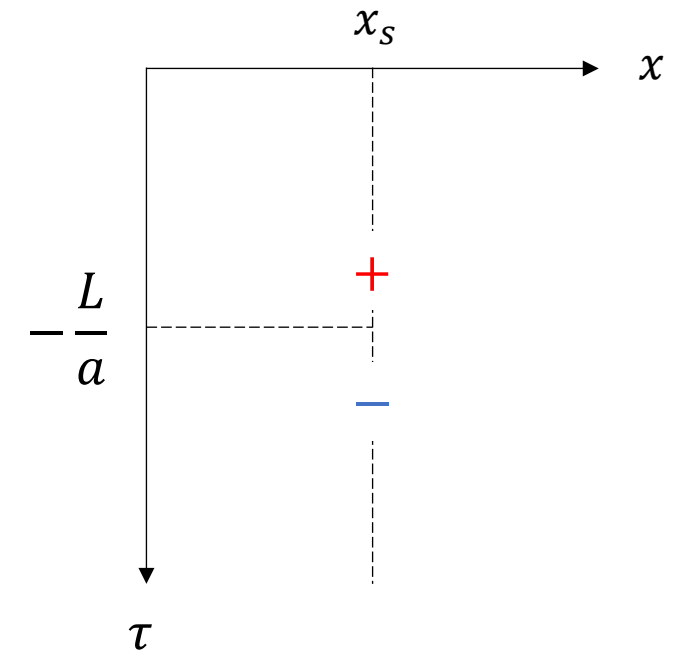


コヒーレント構造と相関係数

$$p' \left(t + \frac{L}{a} - \frac{l}{a} \right) \rho'(x_s, t) = p'(\tilde{t}) \rho' \left(x_s, \tilde{t} - \frac{L}{a} + \frac{l}{a} \right) > 0$$



コヒーレント構造 (渦シートの変位のイメージ図)

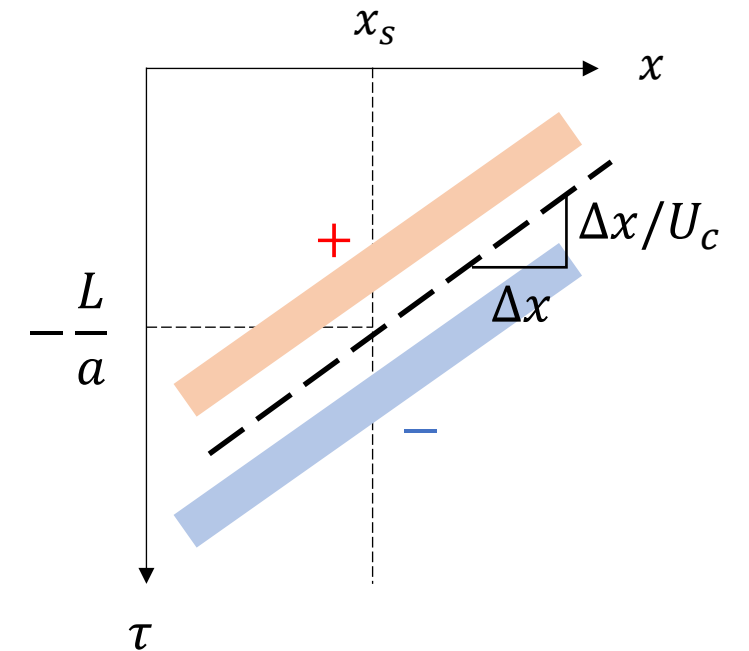
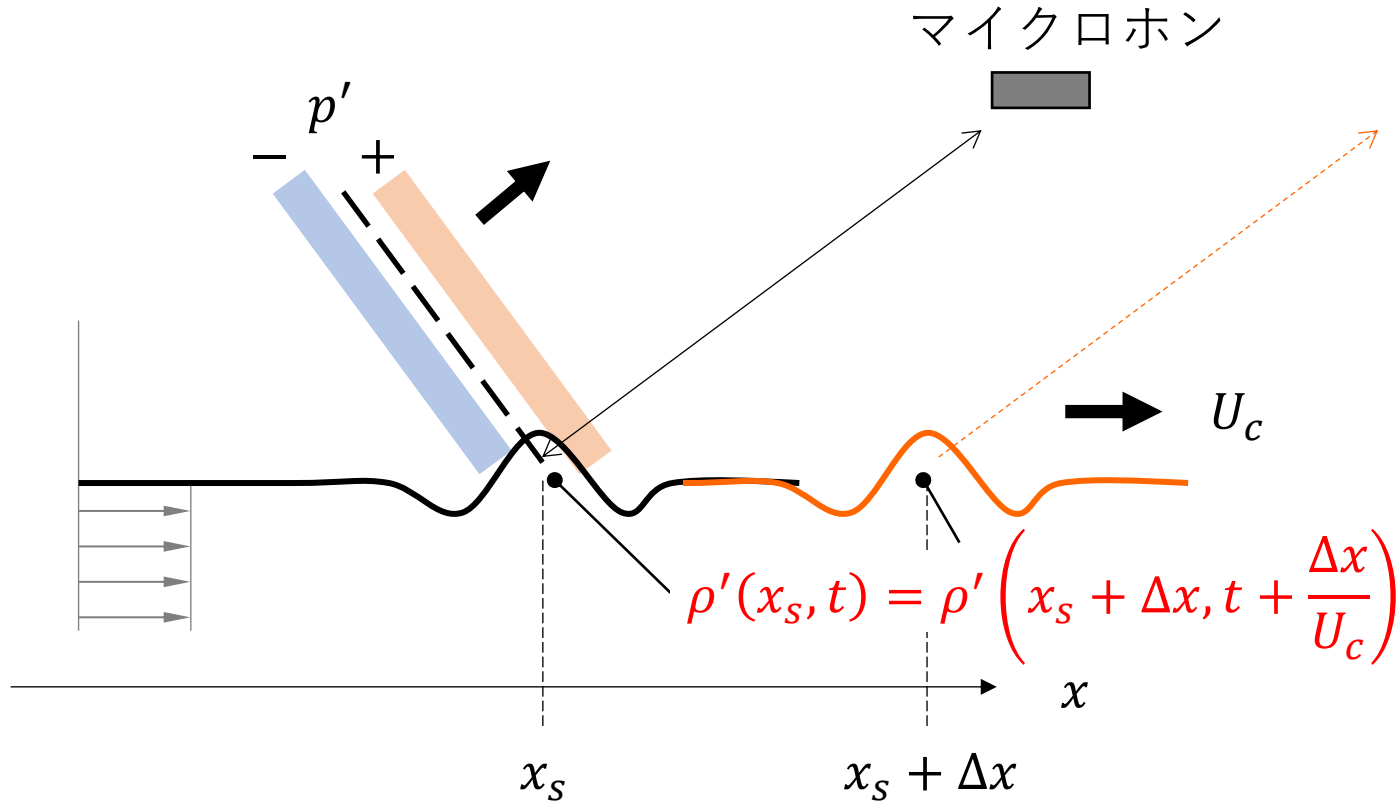


相関係数

$$C(x, \tau) \equiv \frac{1}{\sqrt{\langle |p'|^2 \rangle \langle |\rho'|^2 \rangle}} \langle p'(t) \rho'(x, t + \tau) \rangle$$

コヒーレント構造と相関分布

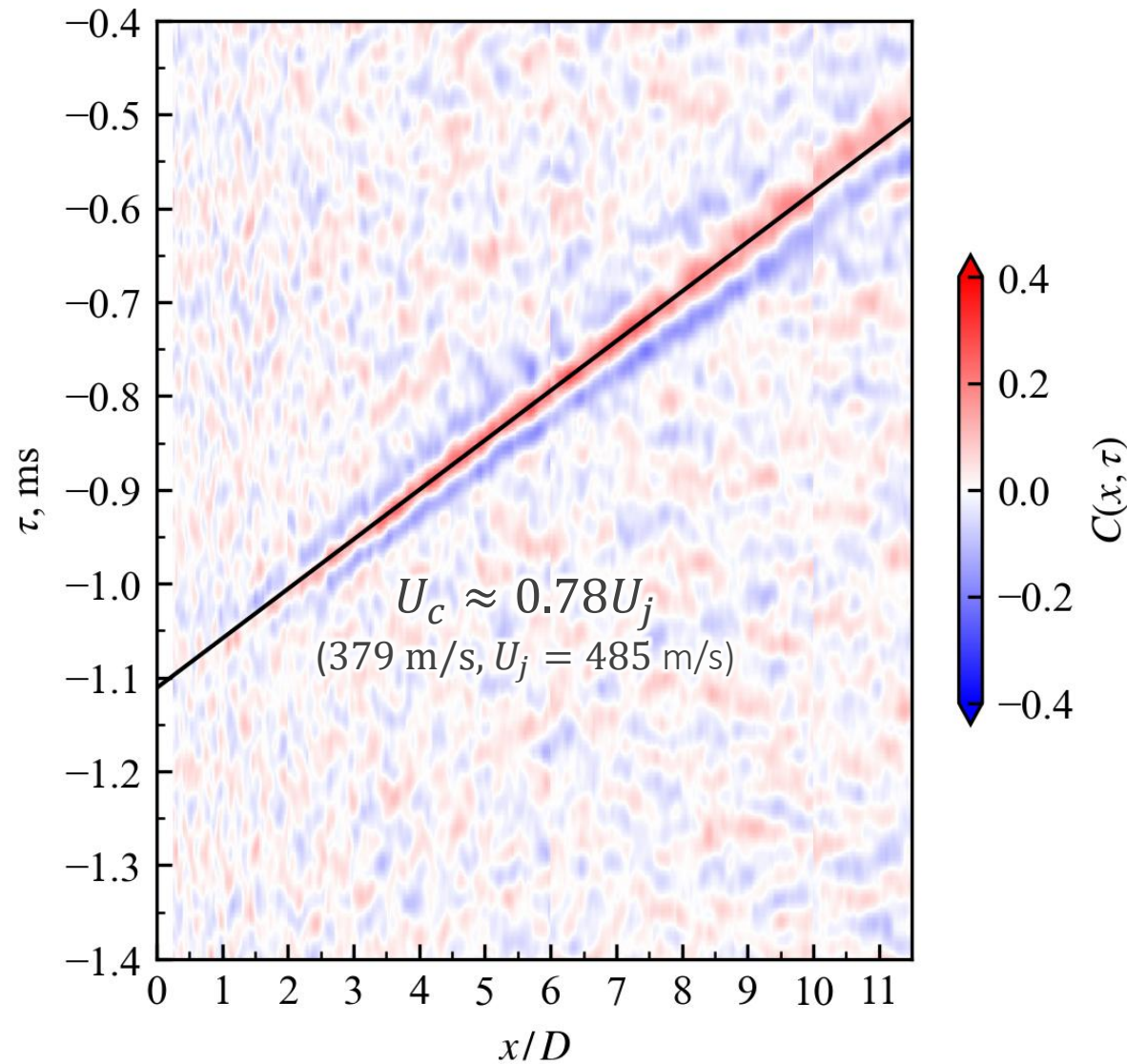
$$p'(t) \rho'(x_s, t) = p'(t) \rho' \left(x_s + \Delta x, t + \frac{\Delta x}{U_c} \right)$$



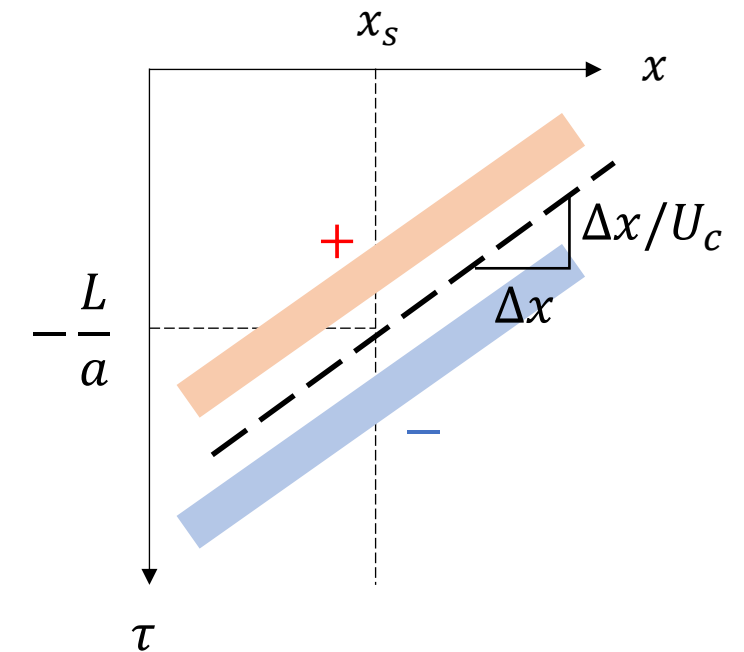
相関係数

$$C(x, \tau) \equiv \frac{1}{\sqrt{\langle |p'|^2 \rangle \langle |\rho'|^2 \rangle}} \langle p'(t) \rho'(x, t + \tau) \rangle$$

コヒーレント構造と相関分布



線形フィッティングで求めた U_c は
文献値*と同程度



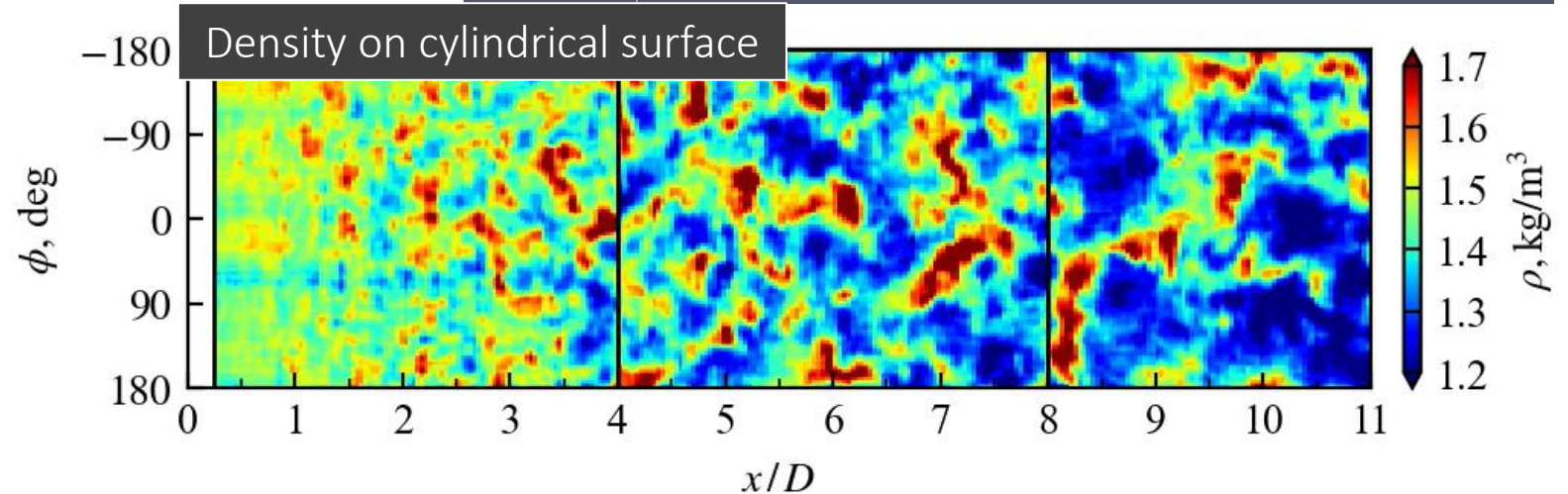
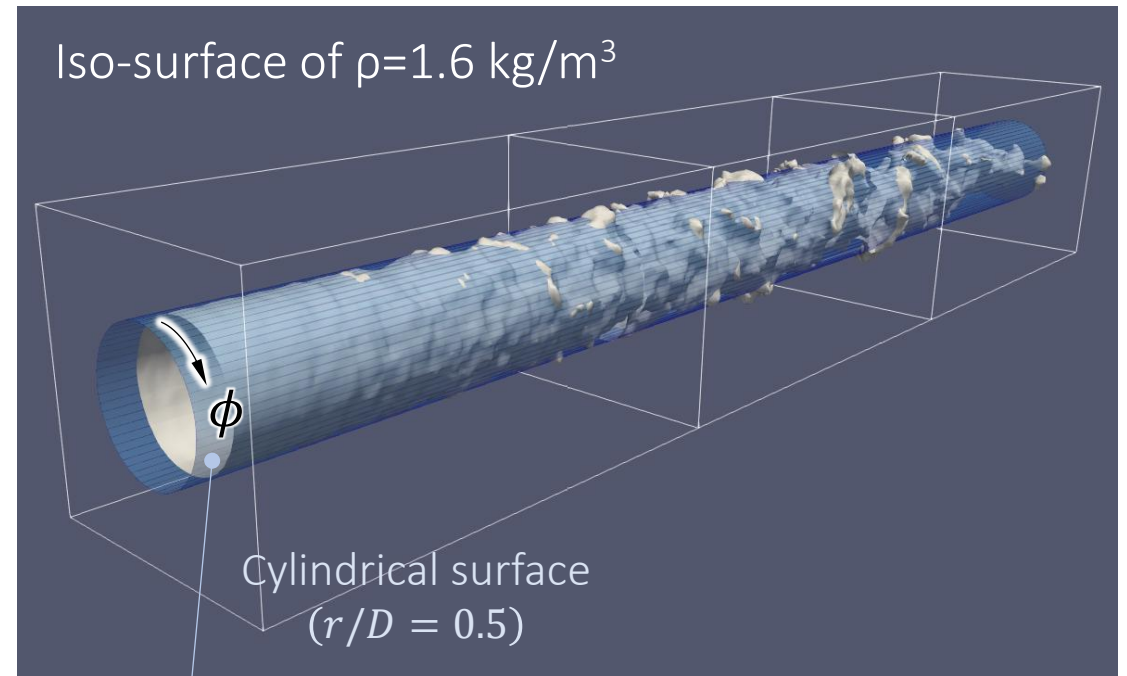
相関係数

$$C(x, \tau) \equiv \frac{1}{\sqrt{\langle |p'|^2 \rangle \langle |\rho'|^2 \rangle}} \langle p'(t) \rho'(x, t + \tau) \rangle$$

*Tam (2009) "Mach Wave Radiation from High-Speed Jets," AIAA J. 47(10) 2440-2448

相関解析からの示唆

密度変動には、音と相関を持つ
コヒーレント構造が含まれる
(局時・局所的に生じている?)



局時・局所的コヒーレント構造 をどう特徴づけるか



フーリエ変換による分解

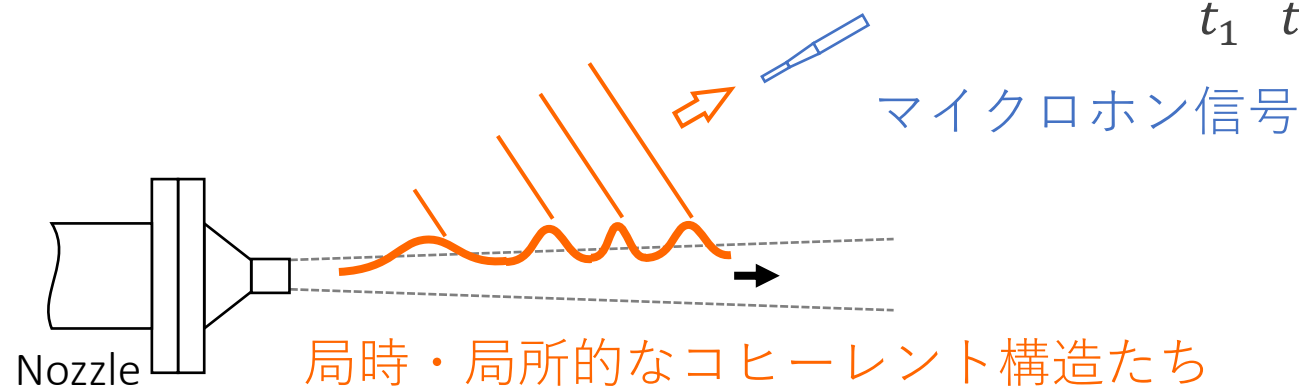
局在した波形は広帯域のスペクトルを持つので、

1つのフーリエモードに、波長の異なる複数のコヒーレント構造が含まれる

$$\mathcal{F}[p(t)] = \mathcal{F}\left[\sum_i \psi_i(t - t_i)\right] = \sum_i e^{-i\omega t_i} \mathcal{F}[\psi_i]$$

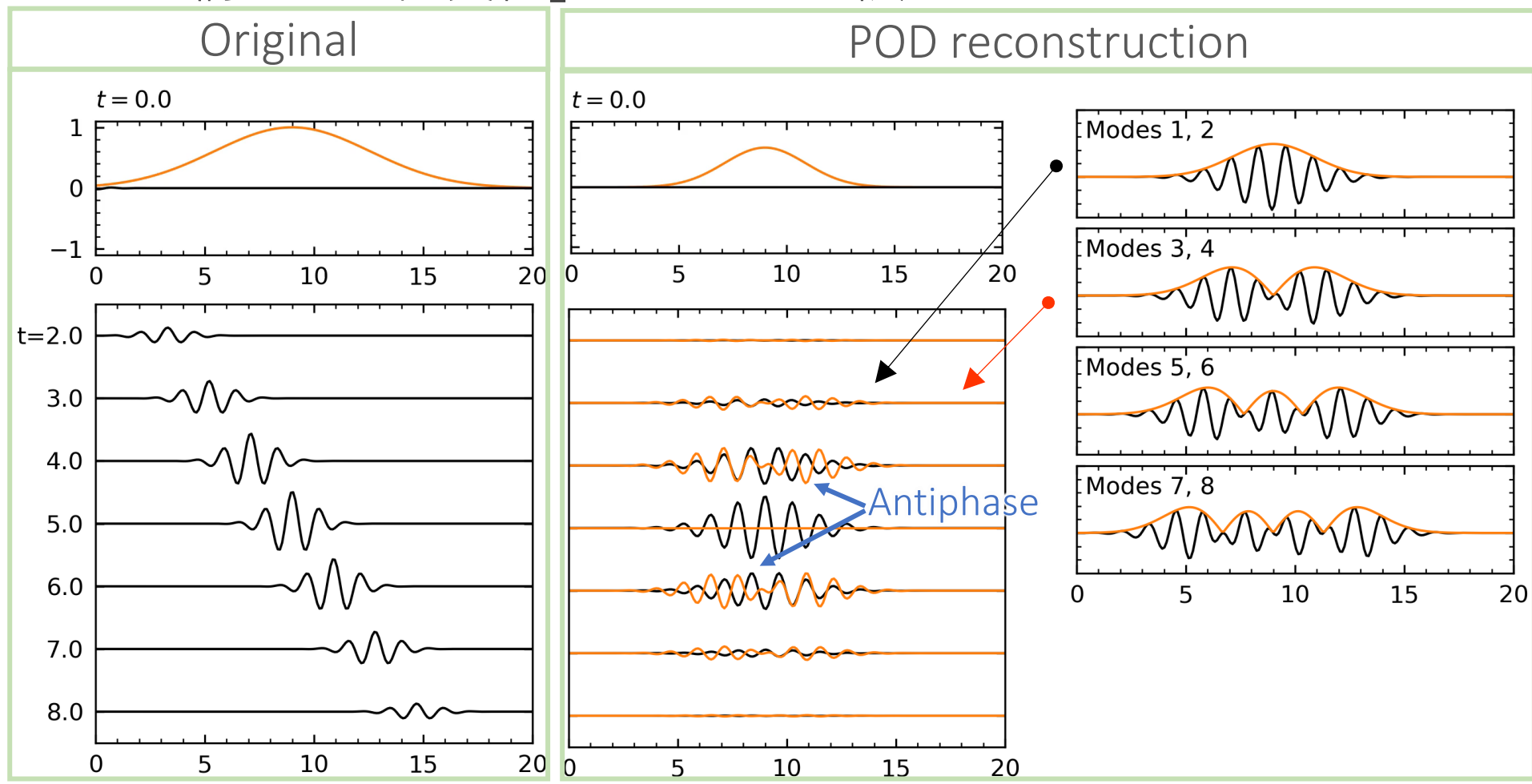
↑ Fourier transform

$$p(t) = \sum_i \psi_i(t - t_i)$$



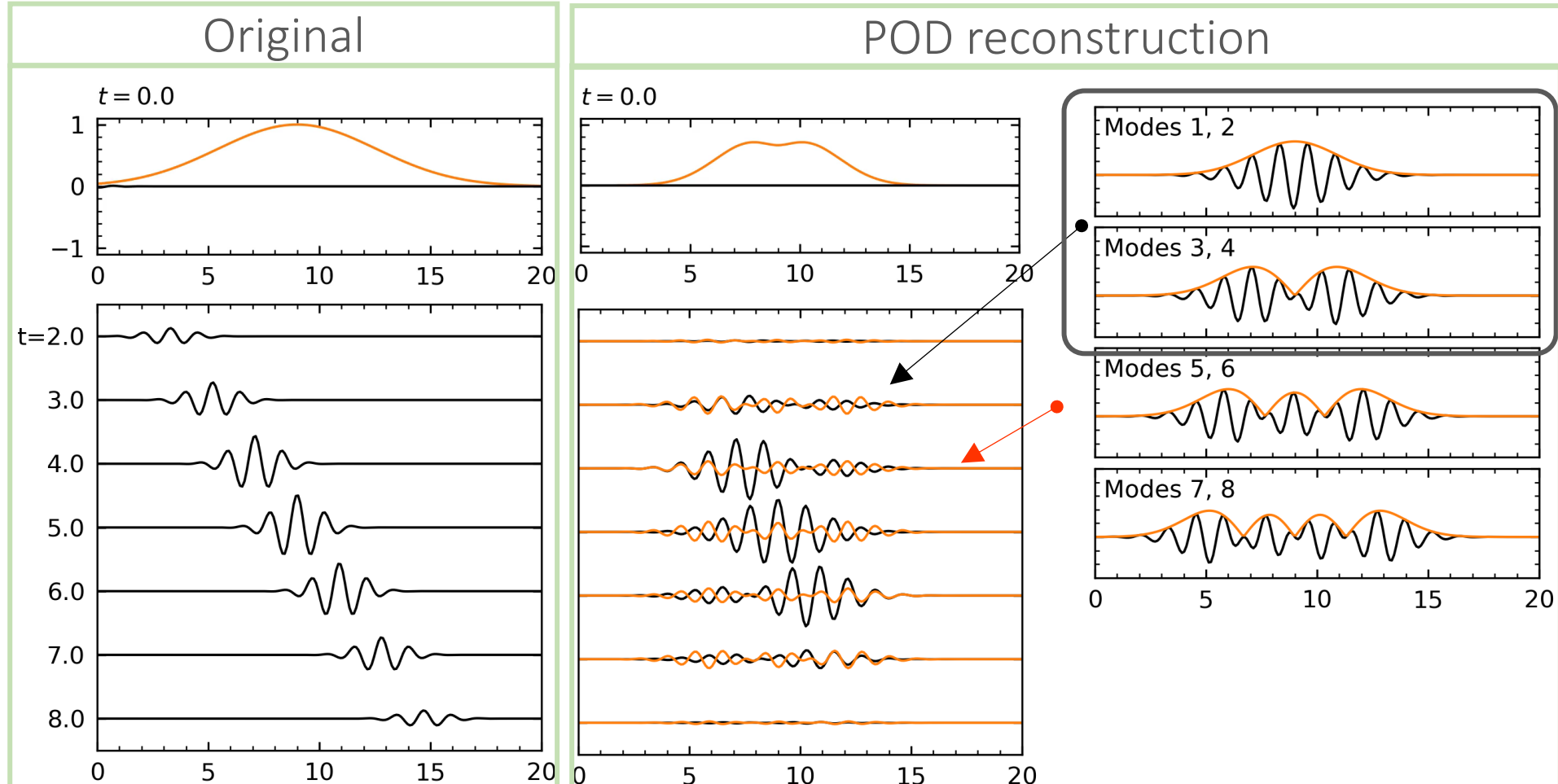
POD (proper orthogonal decomposition) の場合

- ふつうは「時間的に変化しない空間モード」の線形結合に分解 $q(x, t) = \sum_{i=1}^N a_i(t) \hat{q}_i(x)$
 ➔ 移流する局在波形を表現するには多数のモードが必要
- コヒーレント構造に「直交性」があるとは限らない



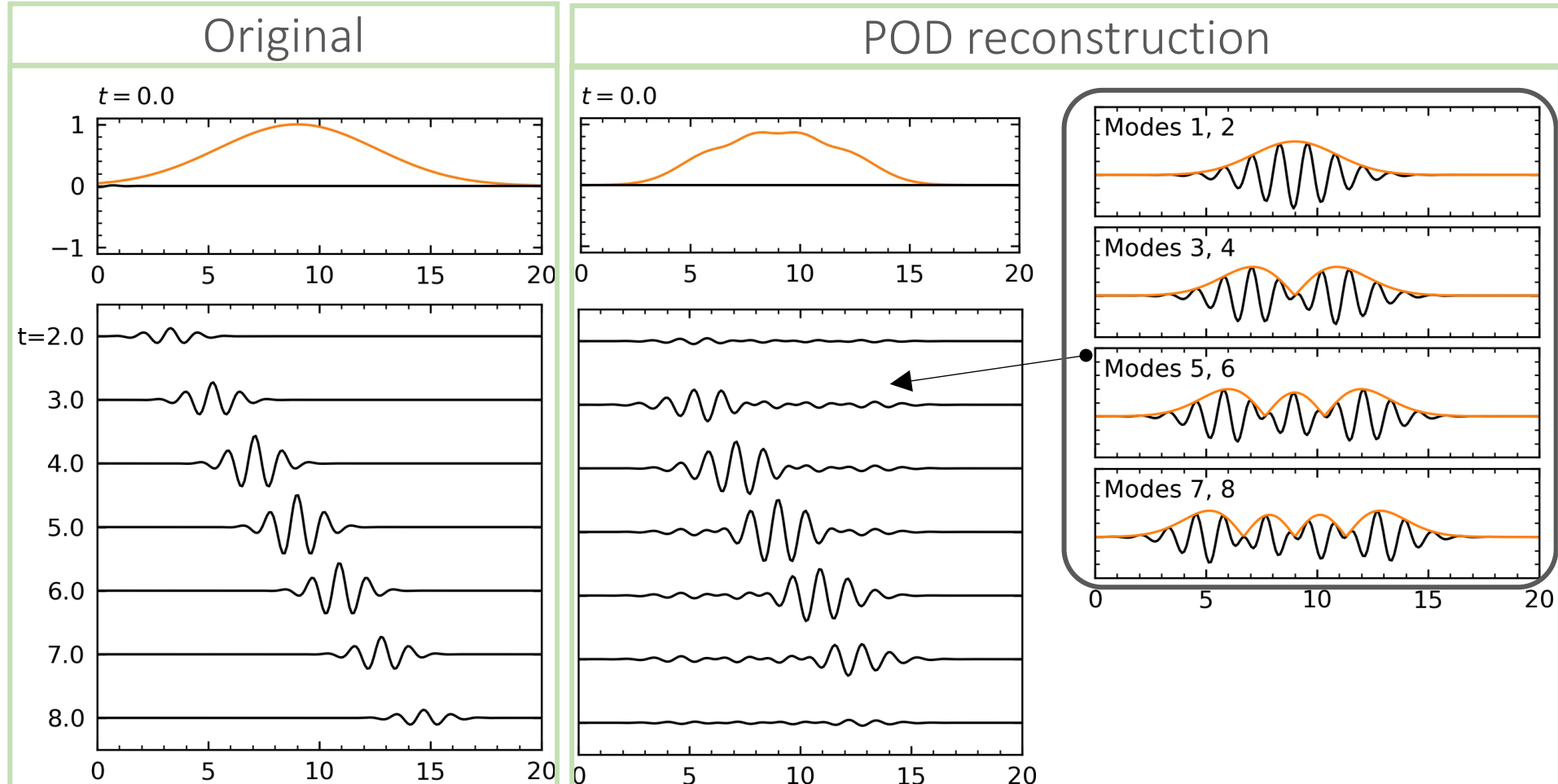
POD (proper orthogonal decomposition) の場合

- ふつうは「時間的に変化しない空間モード」の線形結合に分解 $q(x, t) = \sum_{i=1}^N a_i(t) \hat{q}_i(x)$
 ➔ 移流する局在波形を表現するには多数のモードが必要
- コヒーレント構造に「直交性」があるとは限らない



POD (proper orthogonal decomposition) の場合

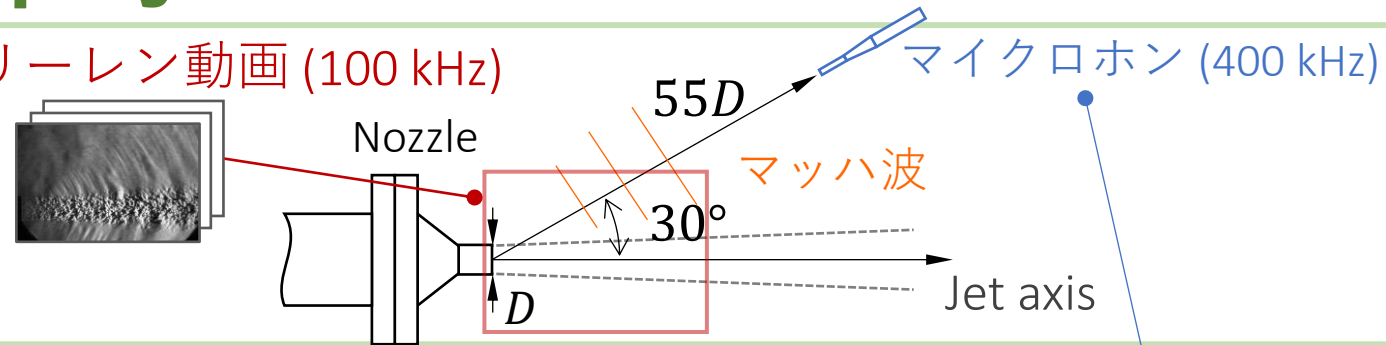
- ふつうは「時間的に変化しない空間モード」の線形結合に分解 $q(x, t) = \sum_{i=1}^N a_i(t) \hat{q}_i(x)$
 ➔ 移流する局在波形を表現するには多数のモードが必要
- コヒーレント構造に「直交性」があるとは限らない



試み：条件付平均

同時計測

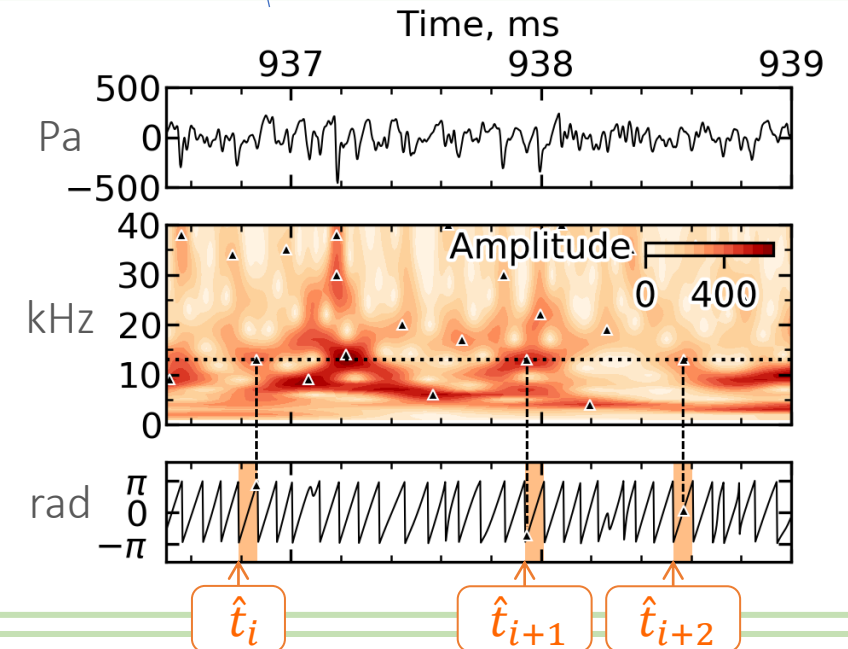
高速度シュリーレン動画 (100 kHz)



イベント
検出

局時的なloud eventsを検出
(ウェーブレット・スペクトログラムの極大
をloud eventと定義し、周波数ごとに分類)

イベント開始時刻 $\hat{t}_i$ を瞬時位相から決定



条件付平均

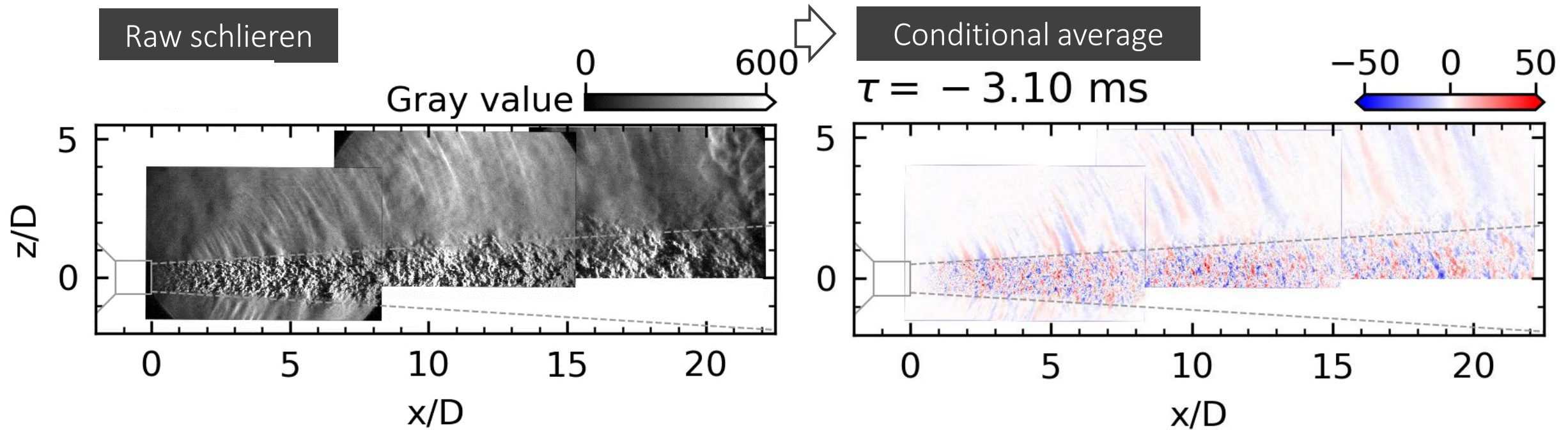
$$\tilde{g}(x, \tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (g(x, \hat{t}_i + \tau) - \bar{g}(x))$$

$g(x, t)$, instantaneous gray values
 $\bar{g}(x)$, time-averaged gray values

試み：条件付平均

局時・局所的なマッハ波を抽出できた

(Example: loud events at 16 kHz, $St=0.66$)



課題:

- イベント定義がヒューリスティック
- 「無関係の成分が打ち消しあう」には多数のアンサンブル平均が必要

まとめ



まとめ

- 3D-BOS法で、コヒーレント構造の3次元形状の情報が得られそう
- 局時・局所的コヒーレント構造をどのように特徴づけるかが課題 (いまは条件付平均)

Future works

- 高速度カメラを用いた3D-BOS計測で時間発展を捉える
- 様々なジェット of 計測 (プラズマアクチュエータ, 小型ジェットエンジンなど)
- 数理モデル化についても考えていきたい